

BAREMO DEL EXAMEN:

Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Para fertilizar una parcela de cultivo se utilizan dos tipos de fertilizantes, A y B. El cultivo de la parcela necesita un mínimo de 120 kilos de nitrógeno y 110 kilos de fósforo. El fertilizante A contiene un 25% de nitrógeno y un 15% de fósforo, siendo su precio de 1,2 euros el kilo, mientras que el fertilizante B contiene un 16% de nitrógeno y un 40% de fósforo y cuesta 1,6 euros el kilo.

- ¿Qué cantidad se necesita de cada tipo de fertilizante para que el coste de la fertilización resulte mínimo? (8 puntos)
- ¿Cuál es ese coste mínimo? (2 puntos)

Problema 2. Dada la función $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 5}{x^2 - 1}$, se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (2 puntos)
- Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (2 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. (2 puntos)
- Los máximos y mínimos locales. (2 puntos)
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados de los apartados anteriores. (2 puntos)

Problema 3. Si un habitante de la ciudad de Megalópolis es portador del anticuerpo A, entonces 2 veces de cada 5 es portador del anticuerpo B. Por el contrario, si no es portador del anticuerpo A, entonces 4 veces de cada 5 no es portador del anticuerpo B. Si sabemos que la mitad de la población es portadora del anticuerpo A, calcula:

- La probabilidad de que un habitante de Megalópolis sea portador del anticuerpo B.
- La probabilidad de que si un habitante de Megalópolis es portador del anticuerpo B lo sea también del anticuerpo A.
- La probabilidad de que si un habitante de Megalópolis no es portador del anticuerpo B, tampoco lo sea del anticuerpo A.
- La probabilidad de que un habitante de Megalópolis sea portador del anticuerpo A y no lo sea del anticuerpo B.

(Cada apartado puntúa 2'5 puntos)

Problema 4. Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

- a) Halla la matriz inversa de A . (3 puntos)
- b) Explica porque la matriz B no tiene inversa. (2 puntos)
- c) Razona porque la matriz $A B$ no tiene inversa. (2 puntos)
- d) Resuelve la ecuación matricial $A B - A X = B A$. (3 puntos)

Problema 5. Una empresa farmacéutica lanza al mercado un nuevo fármaco que se distribuye en cajas de seis unidades. La relación entre el precio de cada caja y el beneficio mensual obtenido en euros viene dada por la función

$$B(x) = -x^2 + 16x - 55,$$

donde x es el precio de venta de una caja. Se pide:

- a) ¿Qué beneficio obtiene cuando vende cada caja a 6 euros? (2 puntos)
- b) ¿Entre qué valores debe fijar el precio de venta de cada caja para obtener beneficios? (2 puntos)
- c) Calcula a qué precio ha de vender cada caja para que el beneficio sea máximo. ¿Cuál es el beneficio máximo? (2+1 puntos)
- d) ¿Entre qué valores el beneficio crece y entre qué valores el beneficio decrece? (3 puntos)

Problema 6. Un profesor evalúa a sus estudiantes a través de un trabajo final. El profesor sabe por experiencia que el 5% de los trabajos no son originales, sino que son plagios. El profesor dispone de un programa informático para detectar plagios. La probabilidad de que el programa no clasifique correctamente un trabajo plagiado es 0,04 y la probabilidad de que clasifique como plagio un trabajo original es 0,02.

- a) Calcula la probabilidad de que un trabajo final, elegido al azar, sea clasificado como plagio por el programa informático. (3 puntos)
- b) Un trabajo es inspeccionado por el programa informático y es clasificado como original. ¿Cuál es la probabilidad de que dicho trabajo sea un plagio? (4 puntos)
- c) ¿Qué porcentaje de trabajos finales son plagios y a la vez son clasificados como tales por el programa? (3 puntos)