



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas

Serie 1

Indique la opción escogida:

Ejercicio 4: Opción A ☐ Opción B ☐

Espai per a la correcció

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Espai per a la revisió

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas e indíquela en la portada.

En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. La redacción de la respuesta debe realizarse de manera coherente, con corrección y claridad, empleando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar las páginas en blanco del final del cuaderno para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Considere la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 5e^{2x} & x \leq 0 \\ (x+m)^2 + 1 & 0 < x < 2, \\ 1 & 2 \leq x \end{cases}$$

donde m es un parámetro real.

- 1.1. Determine los valores de m que hacen que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. Justifique la respuesta.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

- 1.2. Haga un esbozo de la gráfica de $y = f(x)$ para el caso $m = -2$, y calcule el área delimitada por esta gráfica, el eje OX y las rectas $x = -1$ y $x = 3$.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

- 1.3. Para $m = -2$, encuentre un punto donde la recta tangente a $y = f(x)$ sea paralela a $y = -2x$. Calcule la ecuación de esta recta tangente.

[0,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 1.3	
----------------------------	--

Ejercicio 2

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 2	
---------------------------------	--

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, el cual está formado por tres planos en el espacio y depende del parámetro real m :

$$\left. \begin{array}{l} x + my + z = 4 \\ x + 3y + z = 5 \\ mx + y + z = 4 \end{array} \right\}.$$

2.1. Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro m .

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 2.1	
----------------------------	--

2.2. Interprete geoméricamente este sistema para todos los valores del parámetro m y resuélvalo, si es posible, para el caso $m = 1$.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 2.2	
----------------------------	--

2.3. Para $m = 1$, ¿es posible añadir una cuarta ecuación de manera que el sistema resultante sea compatible determinado y tenga como solución $(x, y, z) = \left(3, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$? Razone la respuesta.

[0,5 puntos]

Puntuació de l'apartat 2.3	
----------------------------	--

Ejercicio 3

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

El Ayuntamiento de Canet de Mar ha conseguido 24 entradas gratuitas para un concierto de un grupo de *rock* catalán, y ha decidido sortearlas entre los vecinos interesados en asistir. Todos los vecinos del pueblo seguidores de este grupo se apuntan al sorteo, y solo al 16 % de ellos les toca una entrada. Del resto de seguidores del grupo, seis séptimas partes intentan comprar una entrada a través de la web, donde la probabilidad de conseguirla es del 25 %.

3.1. ¿Cuántas personas de este municipio tienen entrada para el concierto?

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

3.2. Si se escoge al azar un vecino de Canet seguidor de este grupo de *rock* y no tiene entrada para el concierto, ¿cuál es la probabilidad de que haya intentado conseguirla vía web?

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

- 3.3. El día del concierto, el equipo de sonido mide el nivel de decibelios generado por los gritos entusiastas del público a lo largo de los 5 minutos de duración de la canción más famosa del grupo; se puede aproximar por la siguiente función:

$$S(t) = -t^3 + 12t^2 - 30t + 90, \quad t \in [0, 5],$$

donde t es el tiempo en minutos y $S(t)$ los decibelios. Cuando se superan los 100 decibelios se considera que el público está muy entregado y se activan automáticamente unos efectos lumínicos especiales. ¿Se activarán en algún momento durante estos cinco minutos? Si la respuesta es afirmativa, calcule en qué minuto se activan, aproximado a las décimas.

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 3.3	
----------------------------	--

Ejercicio 4

[2,5 puntos en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

Escoja UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean. Indique en la portada del examen la opción elegida.

OPCIÓN A

El alcalde de un pueblo de Catalunya encarga al arquitecto municipal el diseño de un parque infantil que se construirá en un terreno público. Para cumplir con la normativa vigente, en el parque tiene que haber dos espacios bien delimitados: uno para una boca de riego —el cual, según el arquitecto, debe tener forma circular—, y otro para una caseta donde guardar las herramientas de mantenimiento —el cual debe tener forma cuadrada—. Por motivos estéticos, el arquitecto quiere delimitar cada uno de estos dos espacios con una barandilla de forja. Sabiendo que las dos barandillas miden exactamente 10 m de longitud en total, ¿qué medida debe tener la barandilla de cada espacio para que la suma de las superficies de los dos espacios sea lo más pequeña posible? ¿Cuál es esta superficie mínima?

OPCIÓN B

Considere los puntos del espacio $P = (1, 0, -1)$, $Q = (3, -2, 0)$ y $R = (1, 1, 1)$.

- 4.1. Calcule la ecuación del plano que contiene los puntos P , Q y R .

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

- 4.2. Compruebe que el área del triángulo ΔPQR es $\frac{3\sqrt{5}}{2}u^2$.

[0,75 puntos]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

- 4.3. Determine las condiciones que deben cumplir las coordenadas de un cuarto punto $S = (x, y, z)$ para que P , Q , R y S formen un tetraedro de volumen 1. (El volumen del

tetraedro formado por los puntos P , Q , R y S es: $\text{volumen}(PQRS) = \frac{\text{área}(\Delta PQR) \cdot \text{altura}}{3}$).

[1 punto]

Puntuació de l'apartat 4.3	
----------------------------	--

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Tu Profe al Rescate

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Tu Profe al Rescate

Comprovació i 2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



IEC
Institut d'Estudis
Catalans