

MADRID · PAU 2019 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las siguientes características: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, resolución de ecuaciones, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales ni almacenamiento de datos alfanuméricos. Cualquiera que tenga alguna de estas características será retirada. CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado. Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & a & 2 & 2-a \\ -1 & 2 & a & a-2 \end{pmatrix}$ y $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) 1,5 puntos

Estudiar el rango de A en función del parámetro real a .

b) 1 punto

Calcular, si es posible, la inversa de la matriz AM para el caso $a = 0$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Una estudiante pidió en la cafetería 3 bocadillos, 2 refrescos y 2 bolsas de patatas y pagó un total de 19 euros. Al mirar la cuenta comprobó que le habían cobrado un bocadillo y una bolsa de patatas de más. Reclamó y le devolvieron 4 euros. Para compensar el error, el vendedor le ofreció llevarse un bocadillo y un refresco por solo 3 euros, lo que suponía un descuento del 40% respecto a sus precios originales. ¿Cuáles eran los respectivos precios sin descuento de un bocadillo, de un refresco y de una bolsa de patatas?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano, definida para $x > 0$, se pide:

a) 0,5 puntos

Calcular, en caso de que exista, una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$.

b) 1 punto

Encontrar un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a dicha curva sea horizontal y analizar si dicho punto es un extremo relativo.

c) 1 punto

Calcular el área del recinto acotado limitado por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$ y $x = e$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dada la función $f(x) = \sqrt{4x^2 - x^4}$, se pide:

a) 0,5 puntos

Determinar su dominio.

b) 1,5 puntos

Determinar sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

c) 0,5 puntos

Calcular los límites laterales $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dadas la recta $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-2} = z$ y la recta s que pasa por el punto $(2, -5, 1)$ y tiene dirección $(-1, 0, -1)$, se pide:

a) 1 punto

Estudiar la posición relativa de las dos rectas.

b) 1 punto

Calcular un plano que sea paralelo a r y contenga a s .

c) 0,5 puntos

Calcular un plano perpendicular a la recta r y que pase por el origen de coordenadas.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dados el punto $A(2, 1, 0)$ y el plano $\pi \equiv 2x + 3y + 4z = 36$, se pide:

a) 0,75 puntos

Determinar la distancia del punto A al plano π .

b) 1 punto

Hallar las coordenadas del punto del plano π más próximo al punto A .

c) 0,75 puntos

Hallar el punto simétrico de A respecto al plano π .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

La probabilidad de que un pez de una determinada especie sobreviva más de 5 años es del 10%. Se pide:

a) 1 punto

Si en un acuario tenemos 10 peces de esta especie nacidos este año, hallar la probabilidad de que al menos dos de ellos sigan vivos dentro de 5 años.

b) 1,5 puntos

Si en un tanque de una piscifactoría hay 200 peces de esta especie nacidos este mismo año, usando una aproximación mediante la distribución normal correspondiente, hallar la probabilidad de que al cabo de 5 años hayan sobrevivido al menos 10 de ellos.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Una compañía farmacéutica vende un medicamento que alivia la dermatitis atópica en un 80% de los casos. Si un enfermo es tratado con un placebo, la probabilidad de mejoría espontánea es del 10%. En un estudio experimental, la mitad de los pacientes han sido tratados con el medicamento y la otra mitad con un placebo.

a) 1 punto

Determinar cuál es la probabilidad de que un paciente elegido al azar haya mejorado.

b) 1,5 puntos

Si un paciente elegido al azar ha mejorado, hallar la probabilidad de que haya sido tratado con el medicamento.

Tu Profe al Rescate