

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 2

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Sea $f'(x) = 3x^2 - 12x$ la derivada de una función $f(x)$.
- a) Si se sabe que $f(x)$ corta el eje de abscisas en $x = 1$, calcule la expresión de la función $f(x)$.
- [0,75 puntos]

- b) Calcule la abscisa del punto de inflexión de $f(x)$ y estudie la concavidad de la función.
- [0,75 puntos]

- c) Se sabe que el área del recinto limitado por la curva $y=f''(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x=0$ y $x=a$, con $a > 2$, es $15u^2$. Calcule el valor de a .
[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	a	
	b	
	c	
	Total	

2. Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente, que depende del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + 2y + 3z = 2 \\ 2x + ay + z = a \\ x + y + 4z = 1 \end{cases}$$

- a)** Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro a .

[1,5 puntos]

- b)** Resuelva, si es posible, el sistema para el caso $a = 2$.
[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	a	
	b	
	Total	

3. Sea la recta r definida por la siguiente expresión:

$$r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = -1 + 3\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases}$$

a) Determine la posición relativa de la recta r respecto del plano $\pi: x - 2y + 4z - 4 = 0$. Si es paralela, calcule la distancia de r a π , y si es secante, calcule el punto de corte.

[1,25 puntos]

- b)** Calcule la ecuación de la recta s perpendicular al plano π y que corta la recta r en un punto P , la primera coordenada del cual es 5 veces mayor que la segunda.
[1,25 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. **a)** Encuentre una función polinómica $y = g(x)$ de grado 3 tal que corte el eje de ordenadas en el punto $(0, 5)$, que la recta tangente a $y = g(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ sea horizontal y que $g''(x) = 2x + 1$.
[1 punto]

- b)** Compruebe que la función $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 16$ tiene una raíz en $x = 2$ y que es estrictamente creciente en el intervalo $(0, 4)$. Utilice esta información para calcular el área determinada por la función $f(x)$, el eje de abscisas y las rectas $x = 0$ y $x = 4$.

[1,5 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

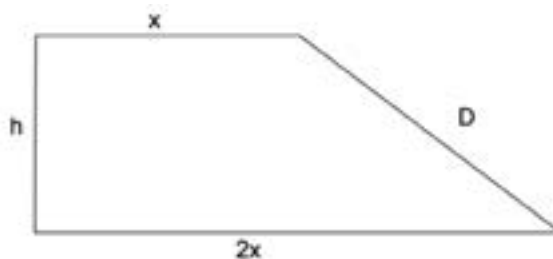
5. Sea la matriz $X = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$, que depende de los parámetros a , b y c .

a) Calcule las matrices X tales que $X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
[1,5 puntos]

- b)** Determine los valores de a, b y c para que la matriz inversa de X sea $X^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- [1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	a	
	b	
	Total	

6. En el patio de una escuela se quiere crear una área de juego de 30 m^2 para los más pequeños en forma de trapecio rectangular, de manera que la base mayor mida el doble que la base menor, como se indica en la figura, y que el lado oblicuo respecto a las bases (D) sea tan corto como sea posible.



- a) Justifique que se verifican las relaciones siguientes: $h = \frac{20}{x}$ y $D(x) = \sqrt{\frac{400}{x^2} + x^2}$.
[1 punto]

- b)** Encuentre las dimensiones del trapecio para las que la longitud del lado D es mínima.
[1,5 puntos]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	a	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a



Institut
d'Estudis
Catalans

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés