



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

El alumno deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta. No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Sea $f(x)$ una función derivable en $(0,1)$ y continua en $[0,1]$, tal que $f(1) = 0$ y

$$\int_0^1 2xf'(x)dx = 1. \text{ Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar } \int_0^1 f(x)dx.$$

2. (2 puntos). Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:

- i) tiene un máximo relativo en $x = 1$.
- ii) tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0,1)$.
- iii) se verifica:

$$\int_0^1 p(x)dx = 5/4$$

3. (3 puntos). Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} (m-1)x + y + z = 3 \\ mx + (m-1)y + 3z = 2m-1 \\ x + 2y + (m-2)z = 4 \end{cases}$$

- a) (1,5 puntos). Discutirlo según los distintos valores de m .
 - b) (1,5 puntos). Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.
4. (3 puntos). Dado el punto $P(1,3,-1)$, se pide:
- a) (1 punto). Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x,y,z)$ cuya distancia a P sea igual a 3.
 - b) (2 puntos). Calcular los puntos de la recta:

$$\begin{cases} x = 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 - 4\lambda \end{cases}$$

cuya distancia a P es igual a 3.

OPCIÓN B

1. (2 puntos).

a) (1 punto). Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x + y - z = 2 \end{cases}$$

b) (1 punto). Hallar dos constantes α y β de manera que al añadir al sistema anterior una tercera ecuación:

$$5x + y + \alpha z = \beta$$

el sistema resultante sea compatible indeterminado.

2. (2 puntos). Hallar una matriz X tal que:

$$A^{-1} X A = B$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. (3 puntos). Calcular los siguientes límites:

a) (1,5 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$$

b) (1,5 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\arctg(e^x) - \frac{\pi}{2} \right]$$

4. (3 puntos). Dadas las rectas:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{4} \quad s: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{2}$$

a) (1,5 puntos). Hallar la ecuación de la recta t que corta a las dos y es perpendicular a ambas.

b) (1,5 puntos). Calcular la mínima distancia entre r y s.