

CATALUÑA · PAU 2013 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Un equipo científico ha estudiado la evolución de la población de una pequeña isla de la Polinesia. Como conclusión, ha determinado que, para obtener una buena estimación de la población, hay que usar la expresión

$$P(t) = 400 + 18t - 6t^{\frac{3}{2}},$$

donde t indica los años transcurridos desde el principio del estudio.

a) 1 punto

Determine la población de la isla cuando comenzó el estudio, y al cabo de un año. ¿Cuál ha sido la tasa de crecimiento en este periodo?

b) 1 punto

¿Al cabo de cuántos años después del comienzo del experimento dejó de crecer la población de la isla? ¿Cuál fue el número máximo de habitantes?

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

He ido a una tienda y he decidido comprar unos pantalones, una camisa y unos zapatos. Si hago la compra hoy, me costará todo junto 120 €. Además, actualmente, la camisa y los zapatos cuestan, juntos, el doble de los pantalones. Si me espero una semana, los pantalones y los zapatos tendrán un descuento del 20%, mientras que la camisa solo tendrá un descuento del 10%. De esta manera, pagaré 99 €. ¿Cuál es el precio inicial de cada artículo?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ b & -1 \end{pmatrix}.$$

a) 1 punto

Determine el valor de los parámetros a y b que hace que $A \cdot B = B \cdot A$.

b) 1 punto

Determine el valor de a para el cual se verifica $A^2 = 2A$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 5x^2 + (3 + k)x$ y $g(x) = x^2 + kx$.

a) 1 punto

Determine las abscisas de los puntos de corte de las dos curvas.

b) 1 punto

Determine k para que la parábola dada por la función g tenga el vértice en el punto de abscisa $x = 2$, y determine su ordenada.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

En un huerto hay plantados 50 manzanos. Cada árbol produce 800 manzanas. Por cada árbol adicional que plantemos, la producción de cada árbol se reduce en 10 manzanas. ¿Cuántos árboles más nos hace falta plantar para obtener la producción más alta posible? ¿Cuál es esta producción?

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Calcule A^2 , A^3 y A^4 .

b) 1 punto

Calcule A^{201} y A^{344} .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Los beneficios de una compañía de transporte de viajeros vienen dados por la función $B(x) = ax^2 + bx + c$, donde x es el precio que la compañía cobra por cada viaje. Sabemos que si cobran 40 € por viaje, los beneficios son 19.000 €. Además, si aumentamos el precio un 25%, el beneficio que se obtiene es el máximo, 20.000 €. Teniendo en cuenta estos datos, determine los valores de a , b y c .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Una empresa agrícola ha recogido un total de 40 toneladas de fruta que producen un beneficio de 0,80 €/kg. Cada semana que pasa se produce una pérdida de 400 kg de fruta, pero el beneficio aumenta en un céntimo por cada kilogramo.

a) 1 punto

¿Qué beneficio se obtiene si se vende la fruta al cabo de nueve semanas? ¿Qué porcentaje de fruta se ha tenido que tirar?

b) 1 punto

¿Qué semana de venta será la que obtiene un beneficio máximo?

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Un frutero va al mercado central con su furgoneta, que puede cargar 700 kg, y con 500 € en el bolsillo, a comprar fruta para su tienda. Encuentra manzanas a 0,80 €/kg y naranjas a 0,50 €/kg. Calcula que podrá vender las manzanas a 0,90 €/kg y las naranjas a 0,58 €/kg. ¿Qué cantidad de manzanas y de naranjas le conviene comprar si quiere obtener el beneficio más grande posible?

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Según unos estudios de laboratorio, la evolución de la población en un cultivo de bacterias a lo largo del tiempo sigue la función $f(t) = 30 \cdot (1 - e^{-t}) + 10$, donde t son los días que han transcurrido desde el inicio del experimento, y $f(t)$ es la población, en millones de bacterias.

a) 1 punto

¿Qué población hay en el momento de comenzar el experimento? Justifique si en algún momento llegará a haber 40 millones de bacterias.

b) 1 punto

¿Habrá algún momento en que la población sea máxima? Justifique la respuesta.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Determine los valores de los parámetros a , b y c que hacen que las curvas de ecuación $f(x) = x^3 + ax + b$ y $g(x) = x^3 + cx^2 - 2$ tengan la misma recta tangente en el punto $(1, 1)$.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Tengo un problema: fabrico televisores de LED, que me dejan un beneficio de 100 € cada uno, y televisores de plasma, que me dan la mitad de beneficio unitario. No puedo producir más de 30 televisores al día, y la diferencia entre la producción de los de LED y los de plasma es, como máximo, de cuatro unidades. ¿Cuántos tengo que producir de cada clase para ganar el máximo?