

MADRID · PAU 2019 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos OPCIONES propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora, siempre que no tenga NINGUNA de las características siguientes: posibilidad de transmitir datos, ser programable, pantalla gráfica, almacenamiento de datos alfanuméricos, operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas, cálculo de integrales o resolución de ecuaciones. Cualquiera que tenga una de estas características será retirada.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 4 & 2 \\ 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcúlense los valores de a para los cuales la matriz A no tiene matriz inversa.

b) 1 punto

Para $a = 3$, calcúlese la matriz inversa de A y resuélvase la ecuación matricial $A \cdot X = B$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Un alcalde quiere instalar un estanque rectangular en un parque de la ciudad con las siguientes características. El estanque deberá tener al menos 2 metros de ancho y al menos 5 metros de largo. Además su largo debe ser al menos 2 veces su ancho pero no más de tres veces su ancho. Cada metro del ancho del estanque cuesta 1000 euros y cada metro de largo 500 euros. Y se cuenta con un presupuesto de 9000 euros.

a) 1 punto

Determinése la región del plano delimitada por las restricciones anteriores sobre las dimensiones del estanque.

b) 1 punto

Si se desea que el estanque respetando esas características tenga el mayor ancho posible, determinése el largo del estanque y su coste.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real $f(x) = 2x^3 - 8x$.

a) 1 punto

Determinése en qué puntos la tangente a la curva $y = f(x)$ es horizontal.

b) 1 punto

Calcúlese el área de la región acotada del plano delimitada por la gráfica de f , el eje de abscisas y las rectas $x = 0$, $x = 2$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & 10 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

y la matriz B es tal que

$$(AB)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Calcúlese A^{-1} .

b) 1 punto

Calcúlese B^{-1} .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2-9} & \text{si } x < 3, \\ x^2 - 4 & \text{si } x \geq 3. \end{cases}$$

a) 1 punto

Estúdiase la continuidad de f .

b) 1 punto

Determinése si f tiene asíntotas horizontales, verticales u oblicuas.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$.

a) 1 punto

Determinése los puntos de corte con los ejes de coordenadas así como los límites de la función cuando x tiende a infinito y a menos infinito.

b) 1 punto

Determinése los valores de x en los que la pendiente de la recta tangente a la función es igual a 3.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Los escolares de un cierto colegio de Madrid fueron encuestados acerca de su alimentación y de su ejercicio físico. Una proporción de $2/5$ hacían ejercicio regularmente y $2/3$ siempre desayunaban. Además, entre los que siempre desayunan, una proporción de $9/25$ hacían ejercicio regularmente. Se elige al azar un escolar de ese colegio.

a) 1 punto

¿Es independiente que siempre desayune y que haga ejercicio regularmente?

b) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que no siempre desayune y no haga ejercicio regularmente.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Sean A y B dos sucesos con $P(A) = 0,3$, $P(B|A) = 0,4$, $P(B|\bar{A}) = 0,6$. Calcúlese:

a) 1 punto

$$P(A|B)$$

b) 1 punto

$$P(\bar{A}|\bar{B})$$

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Una máquina rellena paquetes de harina. El peso de la harina en cada paquete se puede aproximar por una distribución normal de media μ y desviación típica 25 gramos.

a) 1 punto

Se analiza el peso del contenido de 15 paquetes. La media muestral de estos pesos resulta ser 560 gramos. Déterminese un intervalo de confianza con un nivel del 95% para la media poblacional.

b) 1 punto

Se sabe que la media poblacional del peso de la harina de un paquete es 560 gramos. Calcúlese la probabilidad de que la media muestral no sea menor que 565 gramos para una muestra de 50 paquetes.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

Para estudiar el absentismo laboral injustificado, se desea estimar la proporción de trabajadores, P , que no acuden a su puesto de trabajo sin justificación al menos un día al año.

a) 1 punto

Sabiendo que la proporción poblacional de absentismo laboral injustificado es $P = 0,22$, détermínese el tamaño mínimo necesario de una muestra de trabajadores para garantizar que, con una confianza del 99%, el margen de error en la estimación no supera el 4%.

b) 1 punto

Tomada al azar una muestra de 1000 trabajadores, se encontró que 250 había faltado injustificadamente a su puesto de trabajo al menos una vez al año. Détermínese un intervalo de confianza al 95% para la proporción de individuos que se ausentan en el trabajo al menos una vez al año sin ninguna justificación.