

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Se da el sistema de ecuaciones S:
$$\begin{cases} 2x + \alpha^2 z = 5 \\ x + (1 - \alpha)y + z = 1 \\ x + 2y + \alpha^2 z = 1 \end{cases}, \text{ donde}$$

α es un parámetro real.

Obtener **razonadamente**:

- La solución del sistema S cuando $\alpha = 0$. (3 puntos)
- Todas las soluciones del sistema S cuando $\alpha = -1$. (4 puntos)
- El valor de α para el que el sistema S es incompatible. (3 puntos)

PROBLEMA A.2. Se dan las rectas $r_1: \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = \alpha \\ z = 2 - \alpha \end{cases}$ y $r_2: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 + \beta \\ z = -1 - 2\beta \end{cases}$, siendo

α y β parámetros reales.

Calcular **razonadamente**:

- Las coordenadas del punto de corte de r_1 y r_2 . (3 puntos)
- La ecuación del plano que contiene esas dos rectas. (4 puntos)
- La distancia del punto $(0, 0, 1)$ a la recta r_2 . (3 puntos)

PROBLEMA A.3. Con el símbolo $\ln x$ se representa el logaritmo de un número positivo x cuando la base del logaritmo es el número e . Sea f la función que para un número positivo x está definida por la igualdad

$$f(x) = 4x \ln x.$$

Obtener **razonadamente**:

- El valor de x donde la función f alcanza el mínimo relativo. (4 puntos)
- La ecuación de la recta tangente a la curva $y = 4x \ln x$ en el punto $(1, 0)$. (3 puntos)

- c) El área limitada entre las rectas $y = 0$, $x = e$ y $x = e^2$ y la curva $y = 4x \ln x$. (3 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Obtener **razonadamente**:

a) Todas las soluciones $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ de la ecuación $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ (4 puntos).

b) El determinante de una matriz cuadrada B de dos filas, que tiene matriz inversa y que verifica la ecuación $B^2 = B$. (3 puntos).

c) El determinante de una matriz cuadrada A que tiene cuatro filas y que verifica la ecuación:

$$A^2 - 9A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sabiendo además que el determinante de A es positivo. (3 puntos).

PROBLEMA B.2. Se da la recta r de ecuación $r: \begin{cases} x - 2y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 0 \end{cases}$ y el plano π de ecuación $\pi: 2x + y + nz = p$, donde n y p son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente**:

- Todos los valores de n para los que la intersección de la recta r y el plano π es un punto. (4 puntos).
- El valor de n y el valor de p para los que la recta r está contenida en el plano π . (3 puntos).
- El valor de n y todos los valores de p para los que la recta r no corta al plano π . (3 puntos).

PROBLEMA B.3. Para diseñar un escudo se dibuja un triángulo T de vértices $A = (0, 12)$, $B = (-x, x^2)$ y $C = (x, x^2)$, siendo $x^2 < 12$.

Obtener **razonadamente**:

- El área del triángulo T en función de la abscisa x del vértice C . (2 puntos).
- Las coordenadas de los vértices B y C para que el área del triángulo T sea máxima. (3 puntos).

Para completar el escudo se añade al triángulo T de área máxima la superficie S limitada entre la recta $y = 4$ y el arco de parábola $y = x^2$, cuando $-2 \leq x \leq 2$.

Obtener **razonadamente**:

- c) El área de la superficie S . (3 puntos).
- d) El área total del escudo. (2 puntos).

Tu Profe al Rescate