

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Cada estudiante podrá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Se tiene el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} 2x + 5y = a \\ -x - 4y = b \\ 2x + y = c \end{cases}$$
, donde a , b y c son tres

números reales. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La relación que deben verificar los números a , b y c para que el sistema sea compatible. (4 puntos)
- La solución del sistema cuando $a = -1$, $b = 2$ y $c = 3$. (2 puntos)
- La solución del sistema cuando los números a , b y c verifican la relación $a = c = -2b$. (4 puntos)

PROBLEMA A.2. Sean $O = (0,0,0)$, $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$ y $C = (0,2,3)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- El área del triángulo de vértices O , A y B , (3 puntos) y el volumen del tetraedro de vértices O , A , B y C (2 puntos).
- La distancia del vértice C al plano que contiene al triángulo OAB . (3 puntos)
- La distancia del punto C' al plano que contiene al triángulo OAB , siendo C' el punto medio del segmento de extremos O y C . (2 puntos)

PROBLEMA A.3. Se estudió el movimiento de un meteorito del sistema solar durante un mes. Se obtuvo que la ecuación de su trayectoria T es $y^2 = 2x + 9$, siendo $-4,5 \leq x \leq 8$ e $y \geq 0$, estando situado el Sol en el punto $(0,0)$. Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La distancia del meteorito al Sol desde un punto P de su trayectoria cuya abscisa es x . (3 puntos)
- El punto P de la trayectoria T donde el meteorito alcanza la distancia mínima al Sol. (5 puntos)
- Distancia mínima del meteorito al Sol. (2 puntos)

Nota. En los tres resultados sólo se dará la expresión algebraica o el valor numérico obtenido, sin mencionar la unidad de medida por no haber sido indicada en el enunciado.

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, obtener

razonadamente el valor de los determinantes siguientes, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) $|A+B|$ y $\left| \frac{1}{2}(A+B)^{-1} \right|$ (4 puntos)
- b) $|(A+B)^{-1}A|$ y $|A^{-1}(A+B)|$ (3 puntos)
- c) $|2ABA^{-1}|$ y $|A^3B^{-1}|$ (3 puntos)

PROBLEMA B.2. Dados los puntos $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, -1, 0)$, $C = (0, 1, 1)$ y $P = (0, -3, 2)$ se pide calcular razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La distancia del punto P al A . (2 puntos)
- b) La distancia del punto P a la recta que pasa por los puntos A y B . (4 puntos)
- c) La distancia del punto P al plano que pasa por los puntos A , B y C . (4 puntos)

PROBLEMA B.3. Dada la función f definida por $f(x) = \sen x$, para cualquier valor real, se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/6$. (4 puntos)
- b) La ecuación de la recta normal a la curva $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = \pi/3$. Se recuerda que la recta normal a una curva en un punto P es la recta que pasa por ese punto y es perpendicular a la recta tangente a la curva en el punto P . (3 puntos)
- c) El ángulo formado por las rectas determinadas en los apartados a) y b). (3 puntos)