

CATALUÑA · PAU 2011 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué es lo que quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se pueden usar calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Un estudio de laboratorio sobre la propagación de una especie de moscas muestra que, pasadas t semanas, el nombre de individuos es $N(t)$ centenares de moscas, en el que $N(t) = -(t - 2)^2 + 9$.

a) 1 punto

¿Cuántas moscas forman la población al cabo de una semana? ¿Cuántas semanas han de transcurrir hasta la desaparición total de las moscas?

b) 1 punto

¿Cuál es la población máxima de individuos? ¿Cuántas semanas han tenido que pasar para obtener esta población máxima?

Ejercicio 2

2 puntos

Una empresa fabrica dos tipos de bebidas, que llamaremos B_1 y B_2 , y en el proceso de fabricación utiliza dos tipos de ingredientes, que designaremos C y D. Dispone de 90 L de C y de 150 L de D. Por cada bidón de bebida B_1 se necesitan 1 L de ingrediente C y 2 L de ingrediente D, y por cada bidón de bebida B_2 se necesitan 2 L de C y 1 L de D. Sabemos que cada bidón de B_1 da 10 € de beneficio, y que cada bidón de B_2 proporciona 15 €.

a) 1 punto

Plantee las inecuaciones correspondientes a las restricciones indicadas, calcule los vértices de la región factible, y dibújela.

b) 1 punto

Escriba la función objetivo. ¿Cuántos bidones de cada tipo hay que fabricar para obtener el beneficio máximo? ¿Cuál es este beneficio?

Ejercicio 3

2 puntos

Considere el triángulo de vértices $A = (2, -1)$, $B = (5, 0)$ y $C = (2, 4)$.

a) 1 punto

Determine las ecuaciones de las rectas del plano que contienen los lados del triángulo ABC.

b) 1 punto

Considere el sistema de ecuaciones formado por las tres ecuaciones del apartado anterior. Determine el rango de la matriz asociada y el rango de la matriz ampliada de este sistema. Justifique la respuesta.

Ejercicio 4

2 puntos

Determine dos números enteros positivos que sumen 25, de manera que el doble del cuadrado del primero sumado con el triple del cuadrado del segundo dé el mínimo valor posible.

Ejercicio 5

2 puntos

Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Una matriz B, cuya primera fila es (2, 1), tiene dos columnas y cumple que $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$. Complétela.

b) 1 punto

Calcule $(A \cdot B)^{-1}$.

Ejercicio 6

2 puntos

Sabemos que la función $f(x) = ax^3 + 3x^2 - bx - \frac{1}{3}$ pasa por el punto (1, 0), y que la recta tangente a la gráfica de la función en este punto es paralela a la recta $12x - 2y = 3$.

a) 1 punto

Determine los valores de los parámetros a y b .

b) 1 punto

Para $a = 1$ y $b = 9$, determine, si las hay, las abscisas de los extremos posibles (máximos o mínimos) de la función, y clasifíquelos.