

CATALUÑA · PAU 2014 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Sean r y s las rectas de $\mathbb{R}^3$ que tienen las ecuaciones siguientes:

$$r : x + 5 = y - 5 = \frac{z - 3}{2} \quad y \quad s : \frac{x - 3}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z + 1}{-1}$$

a) 1 punto

Estudie el paralelismo y la perpendicularidad entre las rectas r y s .

b) 1 punto

Halle la ecuación general (es decir, que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano π que contiene la recta r y es paralelo a la recta s . Calcule la distancia entre la recta s y el plano π obtenido.

Ejercicio 2

2 puntos

Sean las funciones $f(x) = \frac{e^{ax}+b}{4}$ y $g(x) = \sqrt{3x+4}$.

a) 1 punto

Determine el dominio y el recorrido de la función g .

b) 1 punto

Calcule para qué valores de a y de b las gráficas de las dos funciones son tangentes (es decir, tienen la misma recta tangente) en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3

2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones lineales para $m \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} mx - y = m \\ 3x + (m - 4)y = m + 2 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discuta el sistema de ecuaciones para los diferentes valores del parámetro m .

b) 1 punto

Resuelva el sistema en aquellos casos en que el sistema sea compatible.

Ejercicio 4

2 puntos

Sabemos que una función f tiene por derivada la función $f'(x) = (3x - 2)^2 \cdot (x - 2)$.

a) 1 punto

Calcule los valores de x en que la función f tiene un máximo relativo, un mínimo relativo o un punto de inflexión, e indique en cada caso de qué se trata.

b) 1 punto

Determine la función f sabiendo que se anula en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 5

2 puntos

Dados los vectores $u = (2, -1, 0)$, $v = (-1, 3, 4)$ y $w = (0, 3a - 1, 4a)$,

a) 1 punto

Calcule los valores del parámetro a para que los vectores u , v y w sean linealmente dependientes.

b) 1 punto

Calcule los valores del parámetro a para que un tetraedro de aristas u , v y w tenga un volumen de $2/3$ unidades cúbicas.

Ejercicio 6

2 puntos

Considere la ecuación matricial $X \cdot A = B$, en la que

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ a & -3 & a-1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -4 \\ 5 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

¿Para qué valores del parámetro a la ecuación matricial tiene una solución única?

b) 1 punto

Halle la matriz X que satisface la ecuación matricial cuando $a = 3$.