

Examen de Matemáticas II (Selectividad - Extraordinaria 2026)

INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

Después de leer atentamente el examen, responda razonadamente a **cinco**, tres de ellas obligatorias y dos de ellas a escoger entre dos opciones. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

CALIFICACIÓN: Cada bloque se calificará sobre 2 puntos.

TIEMPO: 90 minutos.

Responda a las tres preguntas siguientes (calificación máxima por pregunta: 2 puntos):

Pregunta 1 (2 puntos) El 85 % de los alumnos de un instituto viven en la misma localidad en la que se sitúa el centro educativo y el resto en pueblos de alrededor. El 75 % de los alumnos que acuden al instituto desde fuera de la localidad llega puntual a clase por la mañana y el 5 % de los alumnos que viven en la misma localidad que el centro llega tarde a primera hora.

- a) (1 punto) Calcule el porcentaje de alumnos del instituto que llegan tarde a primera hora.
- b) (1 punto) Se elige un alumno del centro al azar. Halle la probabilidad de que sea de un pueblo de alrededor si se sabe que ha llegado puntual a clase por la mañana.

Pregunta 2 (2 puntos) Un diseñador gráfico propone una bandera usando los colores verde, blanco y rojo. Para ello considera un rectángulo de base 8 y altura 2, toma como origen de coordenadas el extremo inferior izquierdo del rectángulo y los lados izquierdo e inferior están sobre los ejes coordenados OY y OX , respectivamente. En el rectángulo descrito traza la curva de ecuación $y = 2 - \sqrt[3]{x}$ que va del vértice superior izquierdo del rectángulo al vértice inferior derecho. El diseñador quiere que la parte del rectángulo que queda por encima de la curva dada sea blanca. Para la parte que queda por debajo de la curva, toma un nuevo rectángulo con el vértice inferior izquierdo en el origen de coordenadas y el superior derecho en la curva. Ese rectángulo será verde y lo que queda será rojo. Calcule el área que ocupa cada color en esta bandera si el diseñador quiere que el área roja sea la menor posible.

Pregunta 3 (2 puntos) Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) (1 punto) Resuelva la ecuación matricial: $AX + X = B$.
- b) (1 punto) Responda solo a uno de los dos apartados siguientes:
 - b.1. Calcule el determinante de la matriz $(2C)^{100}$ aplicando propiedades de los determinantes.
 - b.2. Justifique si las matrices A y AB son invertibles.

Pregunta 4 (2 puntos) Responda a una de las dos preguntas siguientes a o b:

- a) Sean las rectas $r_1 \equiv (x, y, z) = (1 + t, 1, 0)$ y $r_2 \equiv (x, y, z) = (1 + s, s, 0)$, $t, s \in \mathbb{R}$.
 - a.1. (1 punto) Estudie la posición relativa de las rectas r_1 y r_2 .

- a.2. (1 punto) Halle una recta r_3 tal que las intersecciones de r_1 , r_2 y r_3 formen un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa está contenida en r_2 y tenga longitud $\sqrt{2}$.
- b) Se consideran el punto $P(1, 2, 1)$ y el plano de ecuación $2x - 2y + z = 1$. Se traza un cubo con una cara en el plano y un vértice en el punto P .
- b.1. (1 punto) Determine la longitud del lado de dicho cubo y su volumen.
- b.2. (1 punto) Halle otro vértice del cubo.

Pregunta 5 (2 puntos) **Responda a una de las dos preguntas siguientes a o b:**

- a) (2 puntos) Sea la función

$$f(x) = \frac{x}{\ln x}$$

Halle el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos con sus correspondientes valores.

- b) (2 puntos) Halle el valor real a tal que

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} (x - a) \sin(3x) dx = \frac{2\pi}{9}$$