

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del Apartado 1, un problema del Apartado 2 y el problema del Apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Consideramos las matrices:

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Determina la matriz X que es solución de la ecuación $4XB + C^t D = I$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y C^t la traspuesta de la matriz C . (2 puntos)
- b) Una matriz A se dice que es idempotente si $A^2 = A$. Consideramos la matriz:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}$$

Determina para qué valores de z la matriz $F C$ es idempotente. (0,5 puntos)

Problema 1. B. Una granja desea crear una mezcla fertilizante líquida utilizando dos compuestos comerciales, NutriMax y BioGrow. Cada litro de estos compuestos aporta diferentes cantidades de unidades de nitrógeno, fósforo y potasio. Para que el cultivo sea productivo, los agrónomos han determinado que se deben aplicar al terreno como mínimo 8 unidades de nitrógeno, 6 unidades de fósforo y 10 unidades de potasio. Se sabe que un litro de NutriMax contiene 2 unidades de nitrógeno, 1 unidad de fósforo y 1 unidad de potasio, mientras que un litro de BioGrow contiene 1 unidad de nitrógeno, 1 unidad de fósforo y 2 unidades de potasio. El coste de un litro de NutriMax es de 5 euros y el de BioGrow es de 4 euros.

- a) ¿Cuántos litros de cada producto han de utilizarse para que el coste de la mezcla sea mínimo? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho coste mínimo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. El valor de mercado de una empresa (en millones de euros) depende del tiempo t (en años) y viene dado por la función:

$$g(t) = \begin{cases} t^2 + 2, & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{a}{t} + 2, & \text{si } 1 < t \leq 2 \\ ct + \frac{b}{t^2}, & \text{si } 2 < t \leq 4 \end{cases}$$

Se pide:

- Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que $g'(3) = 23/27$, determina a , b y c . (1 punto)
- La empresa ha tenido tres gerentes, el primero cuando $t \in [0,1]$, el segundo cuando $t \in (1,2]$ y el tercero cuando $t \in (2,4]$. Determina si con todos los gerentes el valor de mercado ha ido creciendo. (1 punto)
- Determina los máximos y mínimos absolutos y relativos para el valor de mercado. (0'5 puntos)
- El salario de un gerente al año es cien mil veces la integral de la función g durante el período que ha estado. Calcula el salario del primer gerente. (1 punto)

Problema 2. B. Cierta empresa tecnológica ofrece servicio de almacenamiento de datos en la nube. Sus ingresos I (en unidades monetarias) dependen de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $I(x) = 400x$, y su función de gastos G (en unidades monetarias) depende también de la cantidad de datos almacenados x (en terabytes), siendo $G(x) = 4x^2 + 100$.

- Calcula la cantidad de datos que maximiza el beneficio (ingresos menos gastos), e indica cuál es el beneficio máximo que puede obtener la empresa. (1 punto)
- El ratio ingresos/gastos mide la eficiencia financiera de la empresa. Calcula la cantidad de datos para los cuales la eficiencia financiera de la empresa es máxima, e indica cuál es esa eficiencia máxima. (1'5 puntos)
- Calcula. $\int_0^2 G(x)^2 dx$ (1 punto)

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado. (3 puntos)

Problema 3. En una empresa de pinturas se sabe que hay tres tipos de empleados: becarios, aprendices y maestros. El 50% de los empleados son becarios y el 35% aprendices. Entre los becarios, el 80% tiene estudios superiores y entre los maestros tan solo el 15% no tiene estudios superiores. Se sabe que el 79% de los empleados de la empresa tiene estudios superiores. Seleccionamos al azar un empleado de esta empresa.

- Calcula la probabilidad de que el empleado seleccionado tenga estudios superiores y sea aprendiz. (1 punto)

- b) Si sabemos que el empleado no tiene estudios superiores, ¿cuál es la probabilidad de que sea aprendiz? *(1 punto)*
- c) Calcula la probabilidad de la intersección de los sucesos "el empleado seleccionado es aprendiz o becario" y "el empleado seleccionado tiene estudios superiores o es aprendiz". *(1 punto)*

Tu Profe al Rescate