

Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 5

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Sean las matrices $C = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Compruebe que $C^3 = I_2$, donde I_2 es la matriz identidad de orden 2, y deduzca que la matriz C es invertible y que $C^{-1} = C^2$. Calcule C^{2022} .

[1,5 puntos]

b) Resuelva la ecuación matricial $C \cdot X = A - 2I_2$.

[1 punto]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

2. Considere la función $f(x) = x^3$ y sea a un número real estrictamente positivo.
- a)** Calcule la ecuación de la recta t tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa $x = a$. Encuentre el punto de corte de la recta t con el eje de abscisas (en función de a).
- [1,25 puntos]

- b)** Haga un esbozo de la gráfica de la función f y la recta t . Calcule el valor de a para que el área en el primer cuadrante limitada por la función f , la recta t y el eje de abscisas sea $108 u^2$.

[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	a	
	b	
	Total	

3. Considere el sistema de ecuaciones lineales

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 0 \\ my + (3 - m)z = -6 \\ 2x - y + mz = 6 \end{array} \right\},$$

donde m es un parámetro real.

a) Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro m .

[1,25 puntos]

- b)** Resuelva el sistema, si es posible, cuando $m = 0$ y cuando $m = 3$. En cada caso, dé la posición relativa de los tres planos en $\mathbb{R}^3$.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. En $\mathbb{R}^2$, considere los triángulos rectángulos que tienen los vértices en los puntos $O = (0, 0)$, $A = (x, 0)$ y $B = (0, y)$, con $x > 0$ e $y > 0$, y en que la suma de los catetos es 10.
- a)** Exprese el área del triángulo AOB en función de x . ¿Para qué valor de x el área del triángulo AOB es lo más grande posible? ¿Qué valor tiene esta área máxima?
- [1,25 puntos]

- b)** Exprese la hipotenusa del triángulo AOB en función de x . ¿Para qué valor de x la hipotenusa del triángulo AOB es lo más pequeña posible? ¿Cuál es ese valor mínimo?
- [1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Sean los puntos $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 1, 1)$, $C = (-1, -1, 1)$ y $D = (1, 0, 1)$.
- a)** Compruebe que tres de estos puntos están alineados. Determine cuáles son los tres puntos y calcule la ecuación continua y la ecuación paramétrica de la recta que definen.
- [1,25 puntos]

- b)** Calcule la ecuación general o cartesiana del plano que determinan los cuatro puntos.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. La columna de la izquierda de la siguiente tabla muestra el esquema de un programa informático que se ha elaborado para encontrar soluciones aproximadas de una ecuación $f(x) = 0$ en un intervalo (a, b) , sabiendo que $f(a) \cdot f(b) < 0$. La columna de la derecha recoge un ejemplo de funcionamiento del programa donde puede verse cómo actuaría para encontrar una solución de la ecuación $x + \ln(x) = 0$ entre los valores $a = 0,5$ y $b = 2$.

Esquema del programa	Ejemplo																														
1. Escribir «Introduzca un valor a »	El usuario introduce $a = 0,5$																														
2. Escribir «Introduzca un valor b »	El usuario introduce $b = 2$																														
3. Escribir «Introduzca una función $f(x)$ »	El usuario introduce $f(x) = x + \ln(x)$																														
4. Calcular $c = (a + b)/2$	El programa calcula la media entre a y b y le asigna el nombre $c = (0,5 + 2)/2 = 1,25$																														
5. Si $f(a) \cdot f(c) < 0$, entonces reasignar $b = c$; en caso contrario, reasignar $a = c$	El programa comprueba que $f(0,5) \cdot f(1,25) = (0,5 + \ln(0,5)) \cdot (1,25 + \ln(1,25)) < 0$, por lo tanto, reasigna $b = 1,25$																														
6. Repetir los pasos 4 y 5 tantas veces como haga falta hasta que $f(a) - f(b) < 0,00000001$	El programa va repitiendo la comprobación anterior, cambiando cada vez los valores de a o de b: <table><thead><tr><th></th><th>a</th><th>b</th></tr></thead><tbody><tr><td>inicio</td><td>0,5</td><td>2</td></tr><tr><td>iteración 1</td><td>0,5</td><td>1,25</td></tr><tr><td>iteración 2</td><td>0,5</td><td>0,875</td></tr><tr><td>iteración 3</td><td>0,5</td><td>0,6875</td></tr><tr><td>iteración 4</td><td>0,5</td><td>0,59375</td></tr><tr><td>iteración 5</td><td>0,546875</td><td>0,59375</td></tr><tr><td>iteración 6</td><td>0,546875</td><td>0,5703125</td></tr><tr><td>iteración 7</td><td>0,55859375</td><td>0,5703125</td></tr><tr><td>[...]</td><td></td><td></td></tr></tbody></table>		a	b	inicio	0,5	2	iteración 1	0,5	1,25	iteración 2	0,5	0,875	iteración 3	0,5	0,6875	iteración 4	0,5	0,59375	iteración 5	0,546875	0,59375	iteración 6	0,546875	0,5703125	iteración 7	0,55859375	0,5703125	[...]		
	a	b																													
inicio	0,5	2																													
iteración 1	0,5	1,25																													
iteración 2	0,5	0,875																													
iteración 3	0,5	0,6875																													
iteración 4	0,5	0,59375																													
iteración 5	0,546875	0,59375																													
iteración 6	0,546875	0,5703125																													
iteración 7	0,55859375	0,5703125																													
[...]																															
7. Cuando $f(a) - f(b) < 0,00000001$, escribir: «La solución de la ecuación es c » y parar el programa	Después de unas 30 iteraciones, el programa escribe: «La solución de la ecuación es 0,56714329»																														

- a) Explique por qué este programa es capaz de encontrar una solución aproximada de la ecuación $x + \ln(x) = 0$ entre los valores $a = 0,5$ y $b = 2$.

[1,25 puntos]

- b)** Se quiere aplicar este programa para encontrar las tres raíces de $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ con valores de a y b diferentes. Encuentre justificadamente entre qué valores a y b , para cada raíz, se debe aplicar el programa para encontrar aproximaciones de cada una de las tres raíces de la función.

[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	a	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a

--



Institut
d'Estudis
Catalans