



**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y
PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2025-2026**

MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Se deben resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- e) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- g) Se proporciona la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

PARTE OBLIGATORIA Resuelve los dos ejercicios siguientes:

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

La velocidad de crecimiento de la población de peces en un lago al cabo del tiempo, t en años, viene dada por $P'(t) = 20te^{\frac{-t}{10}}$, siendo $P(t)$ la población de peces. Sabiendo que la población inicial es de 1000 peces, calcula cuántos tendrá el lago transcurridos 10 años.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, verifica que: $f(1) = 0$, $x = 0$ es un punto crítico de la función y la recta tangente a su gráfica en $x = -1$, es paralela a la recta de ecuación $y + 3x = 0$. Determina a , b y c .

PARTE OPTATIVA

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Una familia va al mercado semanalmente y compra tres tipos de alimentos: verdura, carne y pescado, en el que gastó 115 € semanales, observó que pagaba el doble en el puesto del pescado que en el de la verdura. En 2026 se ha notado un incremento de precios pues ahora gasta 19€ más que el año pasado por la misma compra, comprobando que la verdura ha subido un 12%, la carne un 15% y el pescado un 20%. Calcula el precio que la familia paga semanalmente en 2026, por cada tipo de alimento.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica

$$A^3 X B^t = 5 B^2 A^{-1}.$$

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, una matriz Y que verifica $A^3 Y B^{-1} = A^2$.

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 3 = 0$.

a) [1 punto] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y que está contenida en π .

b) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de $P(1,1,1)$ respecto de π .

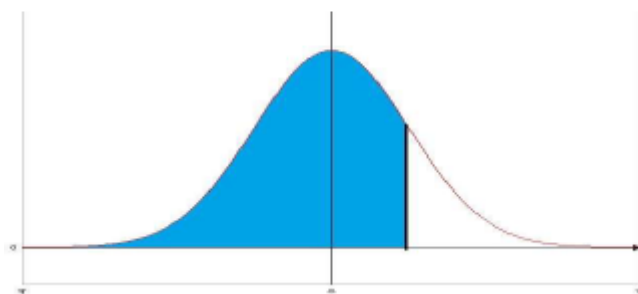
EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

Tres máquinas A, B y C, producen el 45%, 30% y 25%, respectivamente, del total de los coches que se producen en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son del 3%, 4% y 5%, respectivamente.

a) [1,25 puntos] Seleccionamos un coche al azar. Calcula la probabilidad de que sea defectuoso.

b) [1,25 puntos] Tomamos, al azar, un coche y resulta ser defectuoso. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido dicho coche?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN $N(0, 1)$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

La velocidad de crecimiento de la población de peces en un lago al cabo del tiempo, t en años, viene dada por $P'(t) = 20te^{\frac{-t}{10}}$, siendo $P(t)$ la población de peces. Sabiendo que la población inicial es de 1000 peces, calcula cuántos tendrá el lago transcurridos 10 años.

La función $P(t)$ es la integral de la función $P'(t) = 20te^{\frac{-t}{10}}$.

$$\begin{aligned}
 P(t) &= \int P'(t) dt = \int 20te^{\frac{-t}{10}} dt = \left\{ \begin{array}{l} \text{Integración por partes} \\ u = 20t \rightarrow du = 20dt \\ dv = e^{\frac{-t}{10}} dt \rightarrow v = \int e^{\frac{-t}{10}} dt = -10e^{\frac{-t}{10}} \end{array} \right\} = \\
 &= 20t \left(-10e^{\frac{-t}{10}} \right) - \int 20 \left(-10e^{\frac{-t}{10}} \right) dt = -200te^{\frac{-t}{10}} + 200 \int e^{\frac{-t}{10}} dt = \\
 &= -200te^{\frac{-t}{10}} + 200 \left(-10e^{\frac{-t}{10}} \right) = -200te^{\frac{-t}{10}} - 2000e^{\frac{-t}{10}} = \boxed{-200(t+10)e^{\frac{-t}{10}} + K}
 \end{aligned}$$

La población de peces en el lago viene dada por la expresión $P(t) = -200(t+10)e^{\frac{-t}{10}} + K$. Hallamos el valor de K sabiendo que la población inicial es de 1000 peces, es decir, $P(0) = 1000$.

$$\begin{aligned}
 &\left. \begin{array}{l} P(t) = -200(t+10)e^{\frac{-t}{10}} + K \\ P(0) = 1000 \end{array} \right\} \Rightarrow 1000 = -200 \cdot 10 \cdot e^{\frac{-0}{10}} + K \Rightarrow \\
 &\Rightarrow 1000 = -2000 + K \Rightarrow \boxed{K = 3000}
 \end{aligned}$$

La población de peces en el lago tiene la expresión $P(t) = -200(t+10)e^{\frac{-t}{10}} + 3000$.

¿Cuántos peces tendrá el lago transcurridos 10 años?

$$P(10) = -200(10+10)e^{\frac{-10}{10}} + 3000 = -200 \cdot 20 \cdot e^{-1} + 3000 \approx 1528.48$$

Transcurridos 10 años el lago tendrá, aproximadamente, 1528 peces.

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Se sabe que la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, verifica que: $f(1) = 0$, $x = 0$ es un punto crítico de la función y la recta tangente a su gráfica en $x = -1$, es paralela a la recta de ecuación $y + 3x = 0$. Determina a , b y c .

Aplicamos que $f(1) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 0 \\ f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \Rightarrow \boxed{a + b + c = -1}$$

Si $x = 0$ es un punto crítico de la función entonces la derivada de la función se anula para este valor, es decir, $f'(0) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \\ f'(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 3 \cdot 0^2 + 2a \cdot 0 + b \Rightarrow \boxed{b = 0}$$

Si la recta tangente a su gráfica en $x = -1$, es paralela a la recta de ecuación $y = -3x$ entonces deben tener la misma pendiente. La pendiente de la recta $y = -3x$ es -3 y la de la recta tangente es $f'(-1)$. Se debe cumplir que $f'(-1) = -3$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 + 2ax \\ f'(-1) = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow -3 = 3 \cdot (-1)^2 + 2a(-1) \Rightarrow -3 = 3 - 2a \Rightarrow -2a = -6 \Rightarrow \boxed{a = 3}$$

Sustituimos los valores obtenidos en la primera ecuación y determinamos el valor de c .

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = -1 \\ b = 0 \\ a = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 + 0 + c = -1 \Rightarrow \boxed{c = -4}$$

Los valores buscados son $a = 3$, $b = 0$ y $c = -4$

EJERCICIO 3.1 (2.5 puntos)

Una familia va al mercado semanalmente y compra tres tipos de alimentos: verdura, carne y pescado, en el que gastó 115 € semanales, observó que pagaba el doble en el puesto del pescado que en el de la verdura. En 2026 se ha notado un incremento de precios pues ahora gasta 19€ más que el año pasado por la misma compra, comprobando que la verdura ha subido un 12%, la carne un 15% y el pescado un 20%. Calcula el precio que la familia paga semanalmente en 2026, por cada tipo de alimento.

Llamamos “x”, “y”, “z” a lo que gasta la familia semanalmente en 2025 en verdura, carne y pescado.

Gastó 115 € semanales $\rightarrow x + y + z = 115$.

Pagaba el doble en el puesto del pescado que en el de la verdura $\rightarrow z = 2x$.

Ahora gasta 19 € más que el año pasado por la misma compra, comprobando que la verdura ha subido un 12%, la carne un 15% y el pescado un 20% $\rightarrow 0.12x + 0.15y + 0.20z = 19$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 115 \\ z = 2x \\ 0.12x + 0.15y + 0.20z = 19 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 2x = 115 \\ 0.12x + 0.15y + 0.20 \cdot 2x = 19 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + y = 115 \\ 0.52x + 0.15y = 19 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 115 - 3x \\ 0.52x + 0.15y = 19 \end{array} \right\} \Rightarrow 0.52x + 0.15 \cdot (115 - 3x) = 19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.52x + 17.25 - 0.45x = 19 \Rightarrow 0.07x = 1.75 \Rightarrow x = \frac{1.75}{0.07} = 25 \Rightarrow \begin{cases} y = 115 - 3 \cdot 25 = 40 \\ z = 2 \cdot 25 = 50 \end{cases}$$

La familia gastaba semanalmente 25 €, 40 € y 50 € en verdura, carne y pescado.

En el año 2026 han subido los precios y la familia gasta $1.12 \cdot 25 = 28$ €, $1.15 \cdot 40 = 46$ € y $1.2 \cdot 50 = 60$ € en verdura, carne y pescado.

En el año 2026 la familia gasta semanalmente 28 €, 46 € y 60 € en verdura, carne y pescado, respectivamente.

EJERCICIO 3.2 (2.5 puntos)

Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica

$$A^3 X B^t = 5 B^2 A^{-1}.$$

b) [1,5 puntos] Determina, si existe, una matriz Y que verifica $A^3 Y B^{-1} = A^2$.

a) Hallamos el valor de los determinantes de las matrices A y B.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2 \qquad |B| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 = 4$$

Aplicamos las propiedades de los determinantes.

$$|A^3 X B^t| = |5 B^2 A^{-1}| \Rightarrow |A|^3 |X| |B^t| = |5 B^2| |A^{-1}| \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} B \text{ es una matriz de orden 2} \\ B^2 \text{ es una matriz de orden 2} \\ |5 B^2| = 5^2 |B|^2 \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |B^t| = |B| \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |A|^3 |X| |B| = 25 |B|^2 \frac{1}{|A|} \Rightarrow |X| = \frac{25 |B|^2}{|A| |A|^3 |B|} = \frac{25 |B|}{|A|^4} = \frac{25 \cdot 4}{2^4} = \boxed{\frac{25}{4}}$$

b) Despejamos Y en la igualdad.

$$A^3 Y B^{-1} = A^2 \Rightarrow A^3 Y B^{-1} B = A^2 B \Rightarrow A^3 Y \cdot I = A^2 B \Rightarrow A^3 Y = A^2 B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} A A^2 Y = A^{-1} A A B \Rightarrow I A^2 Y = A B \Rightarrow A^{-1} A A Y = A^{-1} A B \Rightarrow A Y = B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^{-1} A Y = A^{-1} B \Rightarrow \boxed{Y = A^{-1} B}$$

La matriz Y existe y será el resultado de la operación $Y = A^{-1} B$. Determinamos la inversa de la matriz A y hallamos la expresión de la matriz Y.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2 \neq 0 \qquad A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^T)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}}{2} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Y = A^{-1} B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 12 - 4 & 4 - 4 \\ -9 + 4 & -3 + 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

La matriz Y que cumple la ecuación $A^3 Y B^{-1} = A^2$ tiene la expresión $Y = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -5/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

EJERCICIO 4.1 (2.5 puntos)

Considera la recta $r \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 3 = 0$.

a) [1 punto] Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y que está contenida en π .

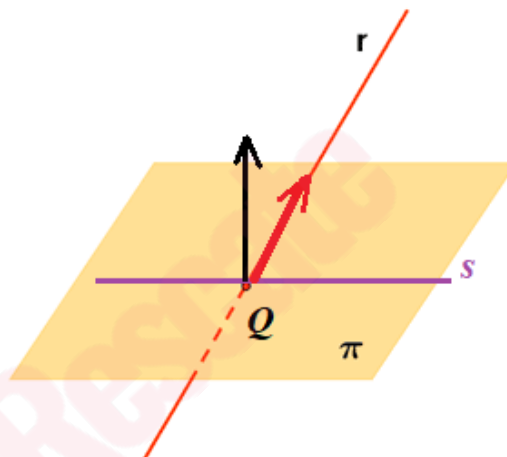
b) [1,5 puntos] Halla el punto simétrico de $P(1,1,1)$ respecto de π .

a) Determinamos primero la posición relativa de la recta r y el plano π . Comprobamos si el vector normal del plano es perpendicular al vector director de la recta.

$$r \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_r(0, -1, 3) \\ \vec{v}_r = (-2, 2, 2) \end{cases}$$

$$\pi \equiv x - 2y + z - 3 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (1, -2, 1)$$

$$\vec{v}_r \cdot \vec{n} = (-2, 2, 2)(1, -2, 1) = -2 - 4 + 2 = -4 \neq 0$$



Como el producto escalar es distinto de cero la recta ni está contenida en el plano ni es paralela al plano. La recta corta al plano en un punto. Hallamos el punto Q de corte de la recta y el plano.

$$\left. \begin{aligned} r &\equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases} \\ \pi &\equiv x - 2y + z - 3 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2\lambda - 2(-1 + 2\lambda) + 3 + 2\lambda - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -2\lambda + 2 - 4\lambda + 3 + 2\lambda - 3 = 0 \Rightarrow -4\lambda = -2 \Rightarrow \lambda = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \cdot \frac{1}{2} = -1 \\ y = -1 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ z = 3 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \boxed{Q(-1, 0, 4)}$$

La recta s que corta perpendicularmente a r y que está contenida en π contiene el punto $Q(-1, 0, 4)$ y tiene como vector director el producto vectorial del vector normal del plano (la recta s está contenida en el plano) y el vector director de la recta r (perpendicular a la recta r).

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_r = (-2, 2, 2) \rightarrow \vec{u}_r = \frac{1}{2} \vec{v}_r = (-1, 1, 1) \\ \vec{n} = (1, -2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}_r \times \vec{n} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$$

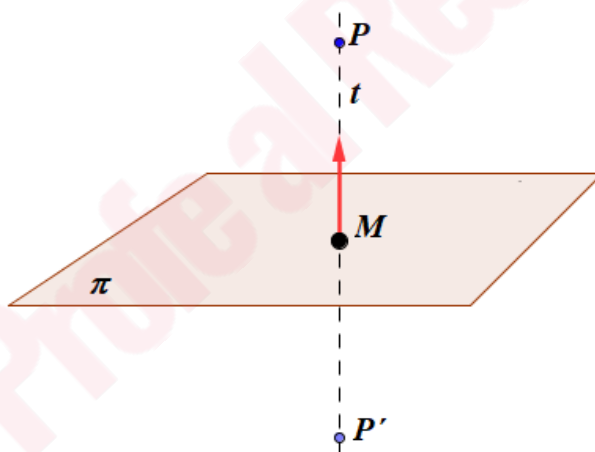
$$= i + j + 2k - k + j + 2i = 3i + 2j + k = (3, 2, 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} Q(-1, 0, 4) \in s \\ \vec{w}_s = \vec{u}_r \times \vec{n} = (3, 2, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow s: \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}; \lambda \in \mathbb{R}$$

La ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y que está contenida en π es

$$s: \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}; \lambda \in \mathbb{R}.$$

- b) Hallamos el punto P' simétrico del punto P respecto del plano π obteniendo la recta t perpendicular al plano que pasa por P , luego el punto M de corte de recta y plano. Y por último hallamos el punto P' .



Hallamos la recta t . Esta recta tiene como vector director el vector normal del plano.

$$\left. \begin{array}{l} \vec{w}_t = \vec{n} = (1, -2, 1) \\ P(1, 1, 1) \in t \end{array} \right\} \Rightarrow t: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases}$$

Hallamos el punto M de corte de la recta t y el plano π .

$$\left. \begin{array}{l} t: \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} \\ \pi \equiv x - 2y + z - 3 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + \alpha - 2(1 - 2\alpha) + 1 + \alpha - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + \alpha - 2 + 4\alpha + 1 + \alpha - 3 = 0 \Rightarrow 6\alpha - 3 = 0 \Rightarrow 6\alpha = 3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ y = 1 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 0 \\ z = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \boxed{M\left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right)}$$

El punto P' se obtiene sumando al punto M el vector $\overrightarrow{PM}$.

$$\overrightarrow{PM} = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right) - (1, 1, 1) = \left(\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}\right)$$

$$P' = M + \overrightarrow{PM} = \left(\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}, -1, \frac{1}{2}\right) = (2, -1, 2)$$

El punto simétrico de $P(1, 1, 1)$ respecto de π tiene coordenadas $(2, -1, 2)$.

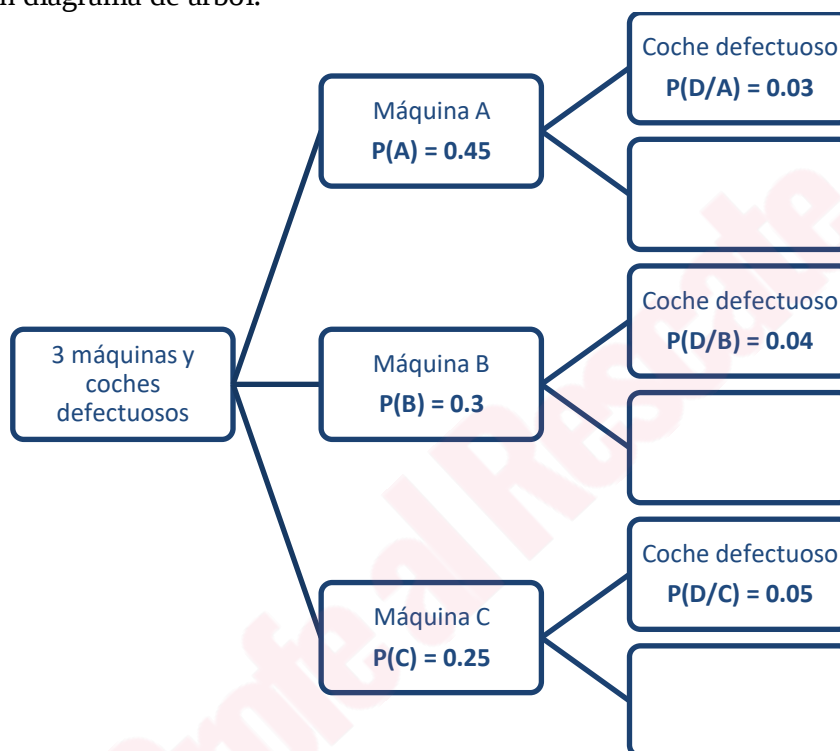
EJERCICIO 4.2 (2.5 puntos)

Tres máquinas A, B y C, producen el 45%, 30% y 25%, respectivamente, del total de los coches que se producen en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son del 3%, 4% y 5%, respectivamente.

- a) [1,25 puntos] Seleccionamos un coche al azar. Calcula la probabilidad de que sea defectuoso.
 b) [1,25 puntos] Tomamos, al azar, un coche y resulta ser defectuoso. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido dicho coche?

Llamamos A, B y C a los sucesos elegir un coche fabricado por la máquina A, B o C, respectivamente. Y llamamos D a “el coche elegido es defectuoso”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Debemos calcular $P(D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) =$$

$$= 0.45 \cdot 0.03 + 0.3 \cdot 0.04 + 0.25 \cdot 0.05 = \boxed{0.038}$$

La probabilidad de que al elegir un coche al azar este sea defectuoso tiene un valor de 0.038.

- b) Debemos calcular $P(A/D)$, $P(B/D)$ y $P(C/D)$ para averiguar que es más probable. Son probabilidades a posteriori. Usamos el teorema de Bayes.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{P(D)} = \frac{0.45 \cdot 0.03}{0.038} = \frac{27}{76}$$

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D/B)}{P(D)} = \frac{0.3 \cdot 0.04}{0.038} = \frac{24}{76}$$

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(C)P(D/C)}{P(D)} = \frac{0.25 \cdot 0.05}{0.038} = \frac{25}{76}$$

Es más probable que el coche defectuoso haya sido fabricado por la máquina A.

$$\frac{27}{76} > \frac{25}{76} > \frac{24}{76} \Rightarrow P(A/D) > P(C/D) > P(B/D)$$