

ANDALUCÍA · PAU 2021 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Elija cuatro de los ocho ejercicios propuestos de al menos tres bloques distintos. Se corregirán los cuatro primeros ejercicios que aparezcan en el examen y que cumplan el requisito anterior. c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada. d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix}$

a) 0,7 puntos

Determine para qué valores del parámetro a , la matriz A tiene inversa.

b) 1 punto

Para $a = 1$, calcule la inversa de A .

c) 0,8 puntos

Para $a = 1$, resuelva la ecuación matricial $A \cdot X = B^t$, siendo $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Se consideran las siguientes inecuaciones:

$$5x - 4y \leq -19$$

$$3x - 4y \leq -13$$

$$x \geq -7$$

$$-x - y \geq 2$$

a) 1,5 puntos

Represente la región factible definida por las inecuaciones anteriores y determine sus vértices.

b) 0,5 puntos

¿Cuáles son los puntos en los que se alcanzan el mínimo y el máximo de la función $G(x, y) = -\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y$ en la citada región factible? ¿Cuál es su valor?

c) 0,5 puntos

Responda de forma razonada si la función $G(x, y) = -\frac{1}{5}x + \frac{5}{2}y$ puede alcanzar el valor $\frac{47}{3}$ en la región factible hallada.

Ejercicio 3

2,5 puntos

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) 1 punto

Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) 0,8 puntos

Estudie la monotonía de la función f y calcule el mínimo.

c) 0,7 puntos

Calcule $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

Ejercicio 4

2,5 puntos

El número de diagnosticados de COVID-19 por PCR en Andalucía, medido en miles de personas, se aproxima por la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} -t^2 + 2t - 0,3 & \text{si } 0,2 \leq t \leq 1,8 \\ 0,1t - 0,12 & \text{si } 1,8 < t \leq 5 \\ -0,5t^2 + 8,3t - 28,62 & \text{si } 5 < t \leq 10 \end{cases}$$

donde t es el tiempo, medido en meses, a partir del inicio de conteo en el mes de marzo de 2020.

a) 1,5 puntos

Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.

b) 1 punto

¿En qué instante o instantes es máximo el número de diagnosticados? ¿Cuál es ese número?

Ejercicio 5

2,5 puntos

En una población, se sabe que el 15% de las personas padece una determinada enfermedad. Si la persona está enferma, un test da positivo en el 92% de los casos, mientras que si la persona está sana, el test da positivo en el 4% de los casos (falso positivo). Se elige una persona al azar de esa población.

a) 1,25 puntos

Calcule la probabilidad de que, habiendo dado positivo el test, la persona esté enferma.

b) 0,5 puntos

Calcule la probabilidad de que la persona esté enferma y el test salga negativo.

c) 0,75 puntos

Calcule la probabilidad de que saliendo el test negativo, la persona esté enferma.

Ejercicio 6

2,5 puntos

En una comunidad de vecinos, el 90% de sus miembros tiene vehículo propio, el 40% hace uso del transporte público y un 3% ni tiene vehículo propio ni usa el transporte público. Se elige al azar un miembro de esa comunidad.

a) 1 punto

Calcule la probabilidad de que tenga vehículo propio o use el transporte público.

b) 0,5 puntos

Calcule la probabilidad de que use el transporte público y no tenga vehículo propio.

c) 1 punto

Calcule la probabilidad de que use el transporte público, sabiendo que no tiene vehículo propio.

Ejercicio 7

2,5 puntos

Para estimar la proporción de residentes británicos en España que están a favor de la salida del Reino Unido de la Unión Europea (UE), se toma una muestra aleatoria de 250 de estos residentes, obteniéndose que 115 estaban a favor de dejar de pertenecer a la UE.

a) 1,5 puntos

Calcule un intervalo de confianza al 99,5%, para estimar la proporción real de esos residentes que está a favor de la salida del Reino Unido de la UE.

b) 1 punto

Manteniendo la misma proporción muestral y el mismo nivel de confianza del apartado anterior, determine el tamaño mínimo necesario de la muestra, para estimar la proporción de residentes británicos en España que están a favor de la salida del Reino Unido de la UE, con un error inferior al 5%.

Ejercicio 8

2,5 puntos

Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media poblacional desconocida y desviación típica 4.

a) 0,5 puntos

¿Cuál es la desviación típica de la distribución de las medias de las muestras de tamaño 12 de la variable aleatoria X ?

b) 1 punto

Para estimar la media poblacional de la variable X , se toma una muestra aleatoria de tamaño 12, obteniéndose los siguientes resultados: 11,8 10 9,8 12 9,7 10,8 9,6 11,3 10,4 12,2 9,1 10,5 Con los datos obtenidos de la muestra, determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la media poblacional.

c) 1 punto

Calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra, para que, con el mismo nivel de confianza, el error cometido al estimar la media poblacional sea menor que 1,2.