

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos. EN NINGÚN CASO SE PODRÁ ELEGIR SIMULTÁNEAMENTE EL PROBLEMA 4.1 Y EL PROBLEMA 4.2

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$,

calcular razonadamente la matriz $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ que satisface la ecuación $(A B' + C) X = (A' D) E$,

donde M' significa la matriz traspuesta de la matriz M (3,3 puntos).

PROBLEMA 2. Un paralelepípedo rectangular (u ortoedro) tiene tres de sus aristas sobre las rectas:

$l: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, $m: \begin{cases} x - 2y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, $n: \begin{cases} 2x + y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$, y uno de sus vértices es (12, 21, -11). Se pide:

a) Hallar los vértices restantes (2,5 puntos). b) Calcular su volumen (0,8 puntos).

PROBLEMA 3. a) El perímetro de un sector circular de radio R es 4 m. ¿Cuántos radianes α debe medir su ángulo central para que su área sea máxima? (1,8 puntos). (Nota: Perímetro = $2R + R\alpha$; Área = $\frac{1}{2}\alpha R^2$)

b) El área de otro sector circular es 1 m^2 . ¿Para qué radio es mínimo su perímetro? (1,5 puntos).

PROBLEMA 4.1. El caudal de agua (es decir, el volumen por unidad de tiempo) que circula por una tubería cilíndrica es proporcional a la cuarta potencia de su radio. Para abastecer a una población, se han previsto tuberías de cierto radio, pero el fabricante las suministra de un radio que es un 0,5% menor. Estimar en qué porcentaje se reducirá el caudal real respecto del previsto. (3,3 puntos).

PROBLEMA 4.2. Las coordenadas x e y de los puntos (6; 4,5), (3; 2,4), (9; 6,6) y (5; 10) son las calificaciones de cinco alumnos en Matemáticas y Física. a) Representar los 5 puntos en unos ejes OXY y dibujar aproximadamente la recta de regresión de y sobre x (0,5 puntos) y deducir razonadamente a cuál de los números -1, -0,5 ó 0,5 está más próximo el coeficiente de correlación (1 punto).

b) Calcular el coeficiente de correlación de los cuatro primeros alumnos (0,3 puntos), explicando el resultado obtenido e interpretándolo gráficamente (1,5 puntos).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. En el mercado podemos encontrar tres alimentos preparados para gatos que se fabrican poniendo, por kilo, las siguientes cantidades de carne pescado y verdura:

- Alimento *Migato*: 600 g de carne, 300 g de pescado y 100 g de verdura.
- Alimento *Catomeal*: 300 g de carne, 400 g de pescado y 300 g de verdura.
- Alimento *Comecat*: 200 g de carne, 600 g de pescado y 200 g de verdura.

Si queremos ofrecer a nuestro gato 470 g de carne, 370 g de pescado y 160 g de verdura por kilo de alimento, ¿qué porcentaje de cada uno de los compuestos anteriores hemos de mezclar para obtener la proporción deseada? (3,3 puntos)

PROBLEMA 2. Dados los planos $\pi: 5x - y - z = 0$, $\sigma: x + y - z = 0$ y el punto $P(9, 4, -1)$, determinar:

- a) La ecuación del plano que pasa por P y es perpendicular a π y a σ (1,5 puntos).
- b) El punto simétrico de P respecto de la recta r , intersección de los planos π y σ (1,8 puntos).

PROBLEMA 3. En el plano se tiene la curva $y = x^2 + 2x - 1$. Encontrar razonadamente las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(2, 3)$ y son tangentes a dicha curva (3,3 puntos).

PROBLEMA 4.1. El trazado de dos canales navegables en un mapa discurre según las rectas $y=x$ e $y=-x$. Dos lanchas motoras, A y B, salen al mismo tiempo de puntos situados sobre cada uno de los canales a distancias de 20 y 15 km, respectivamente, del punto P de confluencia de ambos. La lancha A se dirige a P con una velocidad de 30 km/h y la lancha B se dirige a ese mismo punto con velocidad 60 km/h. Se considera despreciable la anchura de los canales y la longitud de las lanchas y se pide calcular:

- a) La distancia entre las lanchas en función del tiempo desde que inician su recorrido (2,3 puntos).
- b) La distancia mínima a la que pueden estar las lanchas (1 punto).

PROBLEMA 4.2. El peso de los estudiantes de una universidad se distribuye normalmente, con media aritmética 65 kilos y desviación típica 1,5 kilos. Obtener razonadamente:

- a) El tanto por ciento de estudiantes con peso entre 63,5 y 68 kilos (1,5 puntos).
- b) La probabilidad de que al elegir al azar 3 estudiantes dos pesen más de 68 kilos (1,8 puntos).

Tu Profite al Rescate