

CATALUÑA · PAU 2015 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Un árbol tiene un volumen de 30 m^3 y, por la calidad de su madera, se vende a 50 € por metro cúbico. Cada año el árbol aumenta el volumen en 5 m^3 . Al mismo tiempo, la calidad de la madera del árbol disminuye, y también el precio, que cada año es un euro por metro cúbico más barato. ¿Dentro de cuántos años conseguiremos el máximo de ingresos por la venta de la madera del árbol? ¿Cuáles serán estos ingresos?

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

El pasado mes de enero, Joan, Carla y Laura invirtieron en bolsa. Carla invirtió el doble que Laura. Aquel mes, Joan y Carla tuvieron unas ganancias del 30%, mientras que Laura tuvo unas pérdidas del 10%. Como resultado de esto, obtuvieron conjuntamente unas ganancias del 20%. Acordaron volver a invertir en febrero, incrementando cada uno un 10% sus inversiones iniciales. Si el mes de febrero invirtieron entre los tres 770 € , ¿qué cantidad había invertido cada uno el mes de enero?

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Al resolver un sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas, x , y y z , hemos encontrado que las soluciones cumplen las condiciones siguientes: — La suma de las soluciones es 6. — La segunda es la media aritmética de las otras dos. — El valor de la tercera es la suma de los valores de las otras dos. Escriba el sistema de ecuaciones que satisface las condiciones anteriores, resuélvalo e indique si es compatible determinado o indeterminado.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

La función derivada de una función f es $f'(x) = (x - 5) \cdot e^{-2x}$.

a) 1 punto

Si los tiene, determine y clasifique los extremos de la función f .

b) 1 punto

Sabemos que la gráfica de f pasa por $P(0, 2)$. Calcule la ecuación de la recta tangente a f en el punto P .

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la función $f(x) = \frac{2x+2}{x^2-x+2}$.

a) 1 punto

Escriba la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de corte con el eje de las ordenadas.

b) 1 punto

Determine los puntos de la curva en los que la recta tangente es horizontal.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

El precio, expresado en miles de euros, del rubí africano es el doble del cuadrado de su peso en gramos, mientras que el precio del rubí tailandés es cuatro veces el cubo de su peso en gramos. Nos han enviado un paquete con dos rubíes, uno de cada clase, que en total pesan 2 gramos.

a) 1 punto

Si los dos rubíes pesaran lo mismo, ¿qué precio tendríamos que pagar?

b) 1 punto

¿Cuánto debe pesar cada rubí para que el precio del paquete sea mínimo? ¿Cuál es este precio mínimo?

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & -a \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} b & c \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Calcule las matrices $A + B$ y $A \cdot B$.

b) 1 punto

Determine los valores de a , b y c que cumplen que $A + B = A \cdot B$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, calcule la matriz X que cumple $X \cdot A + B^2 = 2 \cdot I_2$, donde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz identidad de orden 2.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La función derivada de una función f es $f'(x) = e^{-2x} \cdot (x - x^2)$.

a) 1 punto

Estudie el crecimiento y el decrecimiento de la función f .

b) 1 punto

Si la función f tiene extremos relativos, indique sus abscisas y clasifíquelos.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

La gráfica adjunta muestra la función f' , derivada de una función f .

a) 1 punto

Determine en qué intervalos la función f es creciente y en qué intervalos es decreciente. Si los hay, clasifique los extremos de la función f .

b) 1 punto

Indique para qué valores de x la recta tangente a f es horizontal.

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Una refinería de petróleo produce gasolina y gasóleo. En el proceso de refinación que se lleva a cabo se obtiene más gasolina que gasóleo. Además, para cubrir la demanda hay que producir como mínimo 3 millones de litros de gasóleo al día, mientras que la demanda de gasolina es de 6,4 millones de litros al día, como máximo. La gasolina tiene un precio de 1,9 €/L, y el gasóleo vale 1,5 €/L. Teniendo en cuenta que se vende la totalidad de la producción, determine cuántos litros de gasolina y de gasóleo hay que producir al día para obtener el máximo de ingresos.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Considere el triángulo de vértices $A(-2, 0)$, $B(0, 3)$ y $C(2, -1)$.

a) 1 punto

Determine las condiciones que debe cumplir un punto para no estar fuera del triángulo.

b) 1 punto

Justifique analíticamente si los puntos $P(1, 1)$, $Q(-1, 1)$ y $R(-1, 2)$ son interiores, exteriores o se encuentran sobre los lados del triángulo.