

MADRID · PAU 2017 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla $N(0,1)$ como anexo. Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger una de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos. TIEMPO: 90 minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Considérense las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -k \\ 1 & -2 & 1 \\ k & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Discútase para qué valores del parámetro real k la matriz A tiene matriz inversa.

b) 1 punto

Determinése para $k = 0$ la matriz X que verifica la ecuación $A \cdot X = B$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2 - a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase en función de los valores del parámetro a .

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 3$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Considérese la región del plano S definida por:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + 6y \geq 6 \quad ; \quad 5x - 2y \geq -2 \quad ; \quad x + 3y \leq 20 \quad ; \quad 2x - y \leq 12\}$$

a) 1 punto

Representése gráficamente la región S y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Determinése los puntos en los que la función $f(x, y) = 4x - 3y$ alcanza sus valores máximo y mínimo en S , indicando el valor de $f(x, y)$ en dichos puntos.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Considérese la función real de variable real:

$$f(x) = x^3 - 3x$$

a) 1 punto

Calcúlense $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{1-x^3}$ y $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

b) 1 punto

Estúdiense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

a) 1 punto

Determínese el valor de la derivada de la función $f(x) = \frac{e^x}{1+x}$ en el punto de abscisa $x = 0$.

b) 1 punto

Estúdiense las asíntotas de la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+2} & \text{si } x \leq 0 \\ x+2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

a) 1 punto

Estúdiense la continuidad de $f(x)$ en $\mathbb{R}$.

b) 1 punto

Calcúlese $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Una empresa de reparto de paquetería clasifica sus furgonetas en función de su antigüedad. El 25% de sus furgonetas tiene menos de dos años de antigüedad, el 40% tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y el resto tiene una antigüedad superior a cuatro años. La probabilidad de que una furgoneta se estropee es 0,01 si tiene una antigüedad inferior a dos años; 0,05 si tiene una antigüedad entre dos y cuatro años y 0,2 si tiene una antigüedad superior a cuatro años. Se escoge una furgoneta al azar de esta empresa. Calcúlese la probabilidad de que la furgoneta escogida:

a) 1 punto

Se estropee.

b) 1 punto

Tenga una antigüedad superior a cuatro años sabiendo que no se ha estropeado.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

El 30% de los individuos de una determinada población son jóvenes. Si una persona es joven, la probabilidad de que lea prensa al menos una vez por semana es 0,20. Si una persona lee prensa al menos una vez por semana, la probabilidad de que no sea joven es 0,9. Se escoge una persona al azar. Calcúlese la probabilidad de que esa persona:

a) 1 punto

No lea prensa al menos una vez por semana.

b) 1 punto

No lea prensa al menos una vez por semana o no sea joven.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El peso en canal, en kilogramos (kg), de una raza de corderos a las seis semanas de su nacimiento se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ y desviación típica igual a 0,9 kg.

a) 1 punto

Se tomó una muestra aleatoria simple de 324 corderos y el peso medio observado fue $\bar{x} = 7,8$ kg. Obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 99,2% para μ .

b) 1 punto

Determínese el tamaño mínimo que debería tener una muestra aleatoria simple de la variable para que el correspondiente intervalo de confianza para μ al 95% tenga una amplitud a lo sumo de 0,2 kg.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El peso en toneladas (T) de los contenedores de un barco de carga se puede aproximar por una variable aleatoria normal de media μ y desviación típica $\sigma = 3$ T. Se toma una muestra aleatoria simple de 484 contenedores.

a) 1 punto

Si la media de la muestra es $\bar{x} = 25,9$ T, obténgase un intervalo de confianza con un nivel del 90% para μ .

b) 1 punto

Supóngase ahora que $\mu = 23$ T. Calcúlese la probabilidad de que puedan transportarse en un barco cuya capacidad máxima es de 11000 T.