

Problema 1. A. En época de regalos navideños, con 225 euros se pueden comprar dos libros, tres plumas estilográficas y un reloj inteligente. Sin embargo, en época de rebajas nos descuentan 5 euros de cada artículo, lo que nos permite comprar un libro más con ese mismo dinero. Después, en febrero, pasada la época de rebajas, cada artículo cuesta 5 euros más que en la época navideña, de manera que, con ese mismo dinero, podemos comprar tres plumas y tres libros, pero ningún reloj inteligente. ¿Cuál es el precio del libro, de la pluma estilográfica y del reloj inteligente en época navideña?

(Planteamiento correcto 1,5 puntos --- Resolución correcta 2 puntos)

Solución:

Llamando: x = precio del libro en época navideña
 y = precio de la pluma estilográfica en época navideña
 z = precio del reloj inteligente en época navideña

Del enunciado del problema obtenemos:

“en época de regalos navideños, con 225 euros se pueden comprar dos libros, tres plumas estilográficas y un reloj inteligente”, $2x + 3y + z = 225$

“en época de rebajas nos descuentan 5 euros de cada artículo, lo que nos permite comprar un libro más con ese mismo dinero”, $3(x - 5) + 3(y - 5) + (z - 5) = 225$; $3x - 15 + 3y - 15 + z - 5 = 225$;
 $3x + 3y + z - 35 = 225$; $3x + 3y + z = 225 + 35$; $3x + 3y + z = 260$

“Después, en febrero, pasada la época de rebajas, cada artículo cuesta 5 euros más que en la época navideña, de manera que, con ese mismo dinero, podemos comprar tres plumas y tres libros, pero ningún reloj inteligente.”, $3(x + 5) + 3(y + 5) = 225$; $3x + 15 + 3y + 15 = 225$; $3x + 3y + 30 = 225$;
 $3x + 3y = 225 - 30$; $3x + 3y = 195$

El sistema a resolver es:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 225 \\ 3x + 3y + z = 260 \\ 3x + 3y = 195 \end{cases}$$

Lo resolveremos por Gauss.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 1 & 225 \\ 3 & 3 & 1 & 260 \\ 3 & 3 & 0 & 195 \end{array} \right) \quad \begin{matrix} F_1 - F_3 \\ F_2 - F_3 \end{matrix} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & 1 & 65 \\ 3 & 3 & 0 & 195 \end{array} \right)$$

De $F_2 \rightarrow z = 65$

De $F_1 \rightarrow -x + z = 30 = 0 \rightarrow -x + 65 = 30 \rightarrow -x = 30 - 65 \rightarrow -x = -35; x = 35$

De $F_3 \rightarrow 3x + 3y = 195 \rightarrow 3 \cdot 35 + 3y = 195 \rightarrow 105 + 3y = 195 \rightarrow 3y = 195 - 105 \rightarrow$
 $3y = 90; y = \frac{90}{3} = 30$

Solución: en época navideña el precio del libro es de 35€, de la pluma estilográfica 30€ y del reloj inteligente 65€.

Problema 1. B. Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10000 euros. Ha considerado dos empresas, A y B. La empresa de publicidad A es más agresiva, y garantiza un incremento anual en número de seguidores del 10% de lo que se invierte; la B es más tradicional y el incremento en número de seguidores que garantiza es del 7% de lo que se invierte. Así pues, el creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B.

- a) ¿Cuánto dinero tiene que asignar a cada empresa para que el incremento de seguidores sea máximo? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho incremento de seguidores máximo? (0,5 puntos)

Solución:

Llamando: x = cantidad invertida en la empresa A
 y = cantidad invertida en la empresa B

Los datos del problema podemos resumirlo en la tabla siguiente:

	inversión	incremento
A	x	$0'10 x$
B	y	$0'07 y$

El problema proporcionan las siguientes restricciones:

desea invertir en publicidad hasta 10000 euros $\rightarrow x + y \leq 10000$.

desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B $\rightarrow y \geq 2000$.

desea invertir un máximo de 6.000 euros en la A $\rightarrow x \leq 6000$.

invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B $\rightarrow x \geq y$.

Como las variables x e y representan euros, $x, y \geq 0$.

El incremento de seguidores viene dado por la función: $z = 0'1 x + 0'07 y$

El problema a resolver es:

minimizar $z = 0'1 x + 0'07 y$

$$\text{s.a.} \begin{cases} x + y \leq 10000 \\ y \geq 2000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 10000$

$x + y = 10000$

x	y
0	10000
10000	0

¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 10000$ No

(b) $y \geq 2000$

$y = 2000$

x	y
0	2000
1000	2000

¿(0,0) cumple?

$0 \geq 2000$ No

(c) $x \leq 6000$

$x = 6000$

x	y
6000	0
6000	6000

¿(0,0) cumple?

$0 \leq 6000$ Si

(d) $x \geq y$

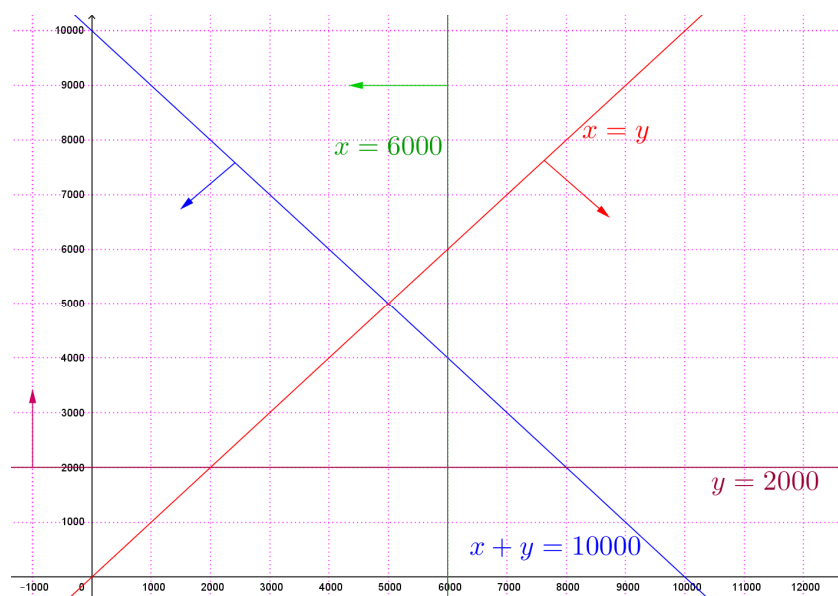
$x = y$

x	y
0	0
6000	6000

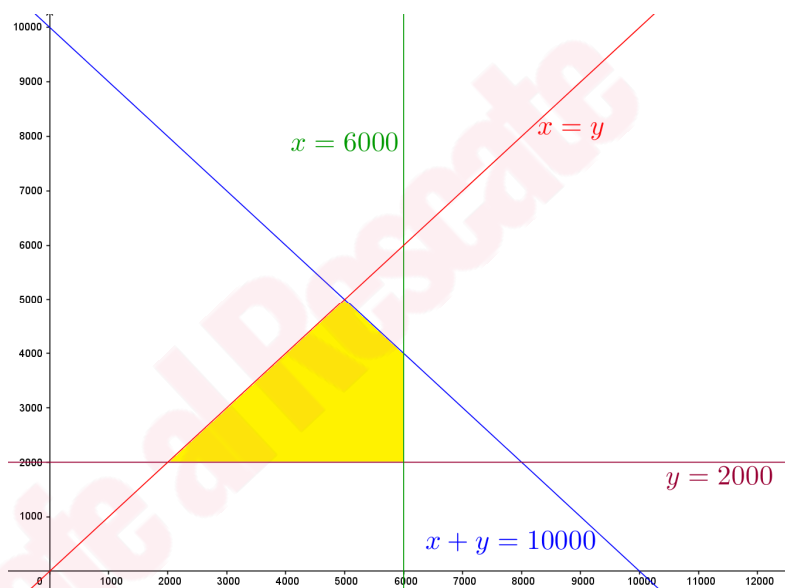
¿(1000,0) cumple?

$1000 \geq 0$ Si

La representación gráfica será:



La región determinada por el sistema de inecuaciones (región factible) está formada por los puntos de la zona sombreada.



Vértices de la región factible:

Punto de corte entre (a) y (d):

$$\begin{cases} x + y = 10000 \\ x = y \end{cases} \quad \text{Sustituyendo el valor de } x \text{ de la 2ª ecuación en la 1ª: } y + y = 10000;$$

$$2y = 10000; \quad y = 5000. \quad \text{Luego } (5000, 5000)$$

Punto de corte entre (a) y (c):

$$\begin{cases} x + y = 10000 \\ x = 6000 \end{cases} \quad \text{Sustituyendo el valor de } x \text{ de la 2ª ecuación en la 1ª: } 6000 + y = 10000;$$

$$y = 10000 - 6000; \quad y = 4000. \quad \text{Luego } (6000, 4000)$$

Punto de corte entre (b) y (c):

$$\begin{cases} y = 2000 \\ x = 6000 \end{cases} \quad \text{Luego } (6000, 2000)$$

Punto de corte entre (b) y (d):

$$\begin{cases} y = 2000 \\ x = y \end{cases} \quad \text{Luego } (2000, 2000)$$

El mínimo de la función z en la región se alcanzará en alguno de los extremos de la región. Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 0'1x + 0'07y$	
5000, 5000	$0'1 \cdot 5000 + 0'07 \cdot 5000 = 850$	
6000, 4000	$0'1 \cdot 6000 + 0'07 \cdot 4000 = 880$	máximo
6000, 2000	$0'1 \cdot 6000 + 0'07 \cdot 2000 = 740$	
2000, 2000	$0'1 \cdot 2000 + 0'07 \cdot 2000 = 340$	

El máximo se alcanza en el punto (6000 , 4000)

Por tanto,

- a) Para que el incremento de seguidores sea máximo debe asignar 6000€ a la empresa A y 4000€ a la B.
- b) El incremento de seguidores máximo es de 880.

Tu Profe al Rescate