

CATALUÑA · PAU 2020 · ORDINARIA

Matemáticas II

6 ejercicios

Instrucciones del examen

Responen a QUATRE de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què. Cada qüestió val 2,5 punts. Podeu utilitzar calculadora, però no es permet l'ús de calculadores o altres aparells que poden emmagatzemar dades o que poden transmetre o rebre informació.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Tracem la recta tangent a la funció $f(x) = 1/x^2 + 1$ per un punt $P = (a, f(a))$ del primer quadrant. Aquesta recta juntament amb els eixos de coordenades formen un triangle.

a) 1,25 puntos

Comproveu que l'àrea d'aquest triangle, en funció de a , ve donada per la funció $g(a) = (a^2 + 3)^2 / (4a)$.

b) 1,25 puntos

En quin punt P l'àrea del triangle és mínima? Calculeu aquest valor mínim.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Considereu el sistema d'equacions lineals següent, que depèn del paràmetre real k : $\{5x + y + 4z = 19; kx + 2y + 8z = 28; 5x + y - kz = 23 + k\}$.

a) 1,25 puntos

Discuti el sistema per als diferents valors del paràmetre k .

b) 1,25 puntos

Resoleu, si és possible, el sistema per al cas $k = 0$.

Ejercicio 3

2,5 puntos

a) 1,25 puntos

Calculeu l'equació general del pla π que passa pel punt $(8, 8, 8)$ i té com a vectors directores $u = (1, 2, -3)$ i $v = (-1, 0, 3)$.

b) 1,25 puntos

Determineu el valor del paràmetre a perquè el punt $(1, -5, a)$ pertanyi al pla π i calculeu l'equació paramètrica de la recta que passa per aquest punt i és perpendicular al pla π .

Ejercicio 4

2,5 puntos

Considereu la funció $f(x) = (ax^2 + b) / x$, en què a i b són dos paràmetres reals. Calculeu els valors de a i b de manera que la funció $f(x)$ tingui una asímptota obliqua de pendent 1 i un mínim en el punt de la gràfica d'abscissa $x = 2$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Sigue la matriu $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}$.

a) 1,25 puntos

Troba la matriu X que satisfà l'equació $AX = I - 3X$, en què I és la matriu identitat d'ordre 2.

b) 1,25 puntos

Comprova que la matriu X és invertible i calcula-ne la matriu inversa.

Ejercicio 6

2,5 puntos

Considera la funció $f(x) = x^3$.

a) 1,25 puntos

Calcula en quin punt del tercer quadrant la recta tangent a $y = f(x)$ és paral·lela a la recta $3x - y = 4$. Calcula l'equació de la recta tangent a la gràfica en aquest punt i fes un dibuix aproximat de la gràfica de la funció i les dues rectes.

b) 1,25 puntos

Calcula l'àrea de la regió delimitada per $y = f(x)$ i la recta $y = 3x + 2$.

Tu Profe al Rescate