

CASTILLA Y LEÓN · PAU 2011 · ORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee. 2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas). CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcular el área de la región finita y limitada por la gráfica de la función $f(x) = x^3 - x + 1$ y la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$.

a) 2 puntos

Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, extremos relativos, intervalos de concavidad y convexidad y sus asíntotas.

b) 0,5 puntos

Esbozar su gráfica.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Estudiar si la función $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ -\frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{2}x - 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

verifica las hipótesis del teorema de Rolle. Enunciar dicho teorema.

b) 1 punto

Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - e^{-x} - x}{x \sin(x)}$.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Hallar el valor de los parámetros reales a y b para los que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)-ax}{x^2} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + b & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

es continua en $\mathbb{R}$.

b) 1 punto

Calcular $\int \frac{\ln(x)}{x^2} dx$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Calcular el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$.

b) 1 punto

Si B es una matriz cuadrada de dimensión 3×3 cuyo determinante vale 4, calcula el determinante de $5B$ y el de B^2 .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Discutir, y resolver cuando sea posible, el sistema de ecuaciones lineales según los valores del parámetro m :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y - z = 0 \\ 3x + my + z = m + 1 \end{cases}$$

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Determinar la posición relativa de la recta $r \equiv \begin{cases} y - x = 1 \\ z - 2x = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - y = 0$.

b) 1 punto

Hallar el plano perpendicular a π que contiene a r .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Hallar la recta r que pasa por el punto $A(1, 1, 0)$, está contenida en el plano $\pi \equiv x + y = 0$, y corta a la recta $s \equiv x = y = z$.

b) 1 punto

Hallar la distancia del punto $B(2, 2, 2)$ a la recta s .