

BAREMO DEL EXAMEN:

Se elegirá solo UNA de las dos opciones A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una empresa produce dos tipos de cerveza artesanal, A y B. La demanda mínima de cerveza tipo A es de 200 litros diarios. La producción de cerveza tipo B es al menos el doble que la de tipo A. La infraestructura de la empresa no permite producir en total más de 900 litros diarios de cerveza. Los beneficios que obtiene por litro de A y B son 2 y 2,5 euros, respectivamente. ¿Cuántos litros diarios se han de producir de cada tipo para maximizar el beneficio? ¿Cuál es dicho beneficio máximo?

Problema 2. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + x$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica.
- A partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores, razona en qué puntos la función $g(x) = (x - 2)^3 - 2(x - 2)^2 + x - 2$ tiene un máximo y mínimo local.

Problema 3. Imagina cinco sillas alineadas 1, 2, 3, 4, 5 y que un individuo está sentado inicialmente en la silla central (número 3). Se lanza una moneda al aire y, si el resultado es cara, se desplaza a la silla situada a su derecha, mientras que si el resultado es cruz, se desplaza a la situada a su izquierda. Se realizan sucesivos lanzamientos (y los cambios de silla consecutivos correspondientes) teniendo en cuenta que si tras alguno de ellos llega a sentarse en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5), permanecerá sentado en ella con independencia de los resultados de los lanzamientos posteriores. Se pide:

- Dibujar el diagrama de árbol para cuatro lanzamientos de moneda.
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado de nuevo en la silla central (3).
- La probabilidad de que tras los **tres** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).
- La probabilidad de que tras los **cuatro** primeros lanzamientos esté sentado en alguna de las sillas de los extremos (1 o 5).

OPCIÓN B

Todas las respuestas han de ser debidamente razonadas

Problema 1. Determina las matrices X e Y que satisfacen las relaciones siguientes:

$$X + 2Y = A^t + B$$

$$X - Y = A B$$

donde A^t representa la matriz traspuesta de A y las matrices A y B son

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2. Un analista pronostica que el beneficio $B(x)$ en miles de euros de cierto fondo de inversión, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros, viene dado por la siguiente expresión:

$$B(x) = \begin{cases} -0.01x^2 + 0.09x + 0.1 & 0 < x \leq 8 \\ 1.26 \frac{x}{x^2 - 1} + 0.02 & x > 8 \end{cases}$$

- Estudia la continuidad de $B(x)$.
- Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- ¿Qué capital, en euros, conviene invertir en este fondo para maximizar el beneficio?
¿Cuál será dicho beneficio máximo?
- Si se invierte un capital muy elevado, ¿cuál sería como mínimo su beneficio? ¿Por qué?

Problema 3. Una compañía de transporte interurbano cubre el desplazamiento a tres municipios distintos. El 35% de los recorridos diarios realizados por los autobuses de esta compañía corresponden al destino 1, el 20% al destino 2 y el 45% al destino 3. Se sabe que la probabilidad de que, diariamente, un recorrido de autobús sufra un retraso es del 2%, 5% y 3% para cada uno de los destinos 1, 2 y 3, respectivamente.

- ¿Qué porcentaje de los recorridos diarios de esta compañía llegan con puntualidad a su destino?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un recorrido seleccionado al azar corresponda al destino 2 y haya experimentado un retraso?
- Si seleccionamos un recorrido al azar y resulta que sufrió un retraso, ¿cuál era el destino más probable de dicho recorrido?