

BAREMO DEL EXAMEN: Cada problema se puntuará hasta 2,5 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculos simbólicos ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 puntos hasta un máximo de un punto.

Por errores en la redacción, en la presentación, falta de coherencia, falta de cohesión, incorrección léxica e incorrección gramatical se podrá deducir un máximo de medio punto.

PREGUNTA 1: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA (2,5 puntos)

Una finca agrícola cultiva tres tipos de plantas que producen: **tomates**, **pimientos** y **calabacines**. Estas plantas son susceptibles de sufrir una plaga que puede afectar su rendimiento. La finca utiliza tres métodos de control de plagas: **control biológico**, **pesticidas químicos** y **métodos orgánicos**. La efectividad de cada método varía según el tipo de planta.

- El **50%** del área está dedicada a **tomates**, el **30%** a **pimientos** y el **20%** a **calabacines**.
- Para los **tomates**, la finca utiliza **control biológico** en el **40%** de la finca, **pesticidas químicos** en el **30%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **pimientos**, la finca utiliza **control biológico** en el **30%**, **pesticidas químicos** en el **40%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.
- Para los **calabacines**, se utiliza **control biológico** en el **20%**, **pesticidas químicos** en el **50%** y **métodos orgánicos** en el **30%**.

La efectividad de cada método de control para evitar la plaga, en porcentaje, es la siguiente:

- Para los **tomates**:
 - El **control biológico** tiene un **85%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **95%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **80%** de efectividad.
- Para los **pimientos**:
 - El **control biológico** tiene un **80%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **90%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **75%** de efectividad.
- Para los **calabacines**:
 - El **control biológico** tiene un **70%** de efectividad.
 - Los **pesticidas químicos** tienen un **85%** de efectividad.
 - Los **métodos orgánicos** tienen un **65%** de efectividad.

Responda a todos los apartados

- 1.1 **(0.75 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que una planta seleccionada al azar en toda la finca esté libre de plagas (sin importar qué tipo de planta ni el método utilizado)?
- 1.2 **(0.75 puntos)** Si se sabe que una planta seleccionada está libre de plagas, ¿cuál es la probabilidad de que esa planta sea un pimiento?

- 1.3 **(1 punto)** Un consumidor compra 11 tomates que han sido controlados mediante métodos orgánicos. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 3 de ellos hayan evitado los efectos de la plaga?

PREGUNTA 2: ÁLGEBRA (2,5 puntos)

Responda al apartado 2.1 o al apartado 2.2

- 2.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x - y + az = -2 \\ -x + 2y - az = 3 \\ ax + y + z = 2 \end{cases}$$

donde a es un parámetro real. Se pide:

2.1.1 **(1.25 puntos)** Discutir el sistema en función del parámetro a .

2.1.2 **(1.25 puntos)** Calcular las soluciones del sistema cuando éste sea compatible.

- 2.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Obtener (con los cálculos intermedios necesarios, así como con la mención explícita de los teoremas o propiedades utilizados):

2.2.1 **(1.25 puntos)** Las matrices A^{-1} y $B = A^3 - 3A^2 + 5A$.

2.2.2 **(1.25 puntos)** Los valores α y β tales que $\alpha A^2 + \beta A + U = A^{-1}$.

PREGUNTA 3: GEOMETRÍA (2,5 puntos)

Responda al apartado 3.1 o al apartado 3.2

- 3.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas las rectas $r: \begin{cases} y - z = 0 \\ 2x + z = 0 \end{cases}$ y $s: \frac{x-2}{-1} = \frac{y}{3} = z+2$, obtener:

3.1.1 **(1.25 puntos)** La ecuación del plano π paralelo a ambas y que pase por el origen.

3.1.2 **(1.25 puntos)** La distancia de un punto de r y de un punto de s al plano π .

3.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Dadas la recta r y el plano π , de ecuaciones

$$r: \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{4} \quad y \quad \pi: ax + y - z = b$$

con a y b parámetros reales, obtener:

3.2.1 (1 punto) Los valores del parámetro a para los que r y π se cortan en un único punto y calcular las coordenadas de dicho punto en función del parámetro a .

3.2.2 (1.5 puntos) Los valores de a y b tales que la recta r esté contenida en el plano π y los valores de los parámetros para que la recta r no corte al plano π .

PREGUNTA 4: ANÁLISIS (2,5 puntos)

Responda al apartado 4.1 o al apartado 4.2

4.1 Responda a todos los subapartados siguientes:

Se dan las funciones polinómicas $f(x) = -x^2 + x + 2$ y $g(x) = x^2 - b$, siendo b un parámetro real.

Obtener:

4.1.1 (1.25 puntos) El valor de b para que uno de los puntos de intersección de las curvas

$y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - b$ sea el punto $P = (-1, 0)$. Un esquema de las curvas $y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

4.1.2 (1.25 puntos) El área de la superficie finita encerrada entre las curvas

$y = -x^2 + x + 2$ e $y = x^2 - 1$.

4.2 Responda a todos los subapartados siguientes:

Una ventana Norman está formada por un rectángulo y un semicírculo. El semicírculo está apoyado sobre el lado horizontal superior del rectángulo, que coincide con el diámetro horizontal del semicírculo.

La base del rectángulo mide x y su altura mide y , por lo que el diámetro del semicírculo mide x .

Obtener:

4.2.1 (1 punto) La expresión $S(x)$ que da el área de una ventana Norman de perímetro 5 metros en función de su anchura x .

4.2.2 (1.5 puntos) El valor de x para el que la función $S(x)$ tenga un máximo relativo y el valor de dicha área máxima.

Tu Profe al Rescate