

ANDALUCÍA · PAU 2014 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 1

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

De entre todos los triángulos rectángulos de área 8 cm^2 , determina las dimensiones del que tiene la hipotenusa de menor longitud.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función derivable definida por

$$f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{b}{x} + \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano.

a) 1,25 puntos

Calcula a y b .

b) 1,25 puntos

Para $a = 3$ y $b = 2$ calcula los extremos absolutos de f en el intervalo $[0, e]$ (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula

$$\int \frac{dx}{2x(x + \sqrt{x})}$$

(Sugerencia: cambio de variable $t = \sqrt{x}$).

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = e^x \cos(x)$.

a) 1 punto

Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

b) 1,5 puntos

Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto $(0, 0)$.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sabiendo que el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{pmatrix}$ es 3, halla los siguientes determinantes indicando, en cada caso, las propiedades que utilices:

a) 1 punto

$\det(A^3)$, $\det(A^{-1})$, $\det(A + A^t)$ (A^t indica la traspuesta de A).

b) 0,75 puntos

$$\det \begin{pmatrix} a & b & c \\ c & e & f \\ 2b & 2d & 2e \end{pmatrix}$$

c) 0,75 puntos

$$\det \begin{pmatrix} a & b & 4a - c \\ b & d & 4b - e \\ c & e & 4c - f \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} mx - 2y + z = 1 \\ x - 2my + z = -2 \\ x - 2y + mz = 1 \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discute el sistema según los valores del parámetro m .

b) 0,75 puntos

Si es posible, resuelve el sistema para $m = -2$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea r la recta definida por $\begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$ y s la recta dada por $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-2}$

a) 1,75 puntos

Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y a s .

b) 0,75 puntos

Calcula la distancia entre r y s .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el plano π de ecuación $2x + y - z + 2 = 0$, y la recta r de ecuación

$$\frac{x-5}{-2} = y = \frac{z-6}{-3}$$

a) 0,5 puntos

Determina la posición relativa de π y r .

b) 1 punto

Halla la ecuación general del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

c) 1 punto

Halla las ecuaciones paramétricas del plano paralelo a π que contiene a r .

Tu Profe al Rescate