

MADRID · PAU 2013 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

10 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cinco ejercicios de los que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo. TIEMPO: Una hora y treinta minutos.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Calcúlese A^{-1} .

b) 1 punto

Resuélvase el sistema de ecuaciones dado por: $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax - 2y = 2 \\ 3x - y - z = -1 \\ x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

a) 1 punto

Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

b) 1 punto

Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Se desea maximizar la función $f(x, y) = 64,8x + 76,5y$ sujeta a las siguientes restricciones:

$$6x + 5y \leq 700, \quad 2x + 3y \leq 300, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0.$$

a) 1 punto

Representese gráficamente la región de soluciones factibles y calcúlense las coordenadas de sus vértices.

b) 1 punto

Determínese el valor máximo de f sobre la región, indicando el punto donde se alcanza dicho máximo.

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ \frac{a+3x}{x^2-4x+3} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) 1 punto

Estúdiese la continuidad de f en $x = 0$ para los distintos valores del parámetro a .

b) 1 punto

Determinense las asíntotas de la función.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = 3e^{-2x}$.

a) 1 punto

Obtégase la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto $x = 0$.

b) 1 punto

Calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f , las rectas $x = 0$, $x = 0,5$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x(5-x)^2$.

a) 1 punto

Determinense los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

b) 1 punto

Determinense los intervalos de concavidad y convexidad de f .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Al analizar las actividades de ocio de un grupo de trabajadores fueron clasificados como deportistas o no deportistas y como lectores o no lectores. Se sabe que el 55% de los trabajadores se clasificaron como deportistas o lectores, el 40% como deportistas y el 30% como lectores. Se elige un trabajador al azar:

a) 1 punto

Calcúlese la probabilidad de que sea deportista y no sea lector.

b) 1 punto

Sabiendo que el trabajador elegido es lector, calcúlese la probabilidad de que sea deportista.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Una tienda de trajes de caballero trabaja con tres sastres. Un 5% de los clientes atendidos por el sastre A no queda satisfecho, tampoco el 8% de los atendidos por el sastre B ni el 10% de los atendidos por el sastre C. El 55% de los arreglos se encargan al sastre A, el 30% al B y el 15% restante al C. Calcúlese la probabilidad de que:

a) 1 punto

Un cliente no quede satisfecho con el arreglo.

b) 1 punto

Si un cliente no ha quedado satisfecho, le haya hecho el arreglo el sastre A.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

El número de megabytes (Mb) descargados mensualmente por el grupo de clientes de una compañía de telefonía móvil con la tarifa AA se puede aproximar por una distribución normal con media 3,5 Mb y desviación típica igual a 1,4 Mb. Se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 49.

a) 1 punto

¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 3,37 Mb?

b) 1 punto

Supóngase ahora que la media poblacional es desconocida y que la media muestral toma el valor de 3,42 Mb. Obténgase un intervalo de confianza al 95% para la media de la población.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

La duración en horas de un determinado tipo de bombilla se puede aproximar por una distribución normal con media μ y desviación típica igual a 1940 h. Se toma una muestra aleatoria simple.

a) 1 punto

¿Qué tamaño muestral se necesitaría como mínimo para que, con un nivel de confianza del 95%, el valor absoluto de la diferencia entre μ y la duración media observada $\bar{X}$ de esas bombillas sea inferior a 100 h?

b) 1 punto

Si el tamaño de la muestra es 225 y la duración media observada $\bar{X}$ es de 12415 h, obténgase un intervalo de confianza al 90% para μ .