

UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS
OFICIALES DE GRADO
Curso 2014-2015
MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida. Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**
Calificación: Las preguntas 1ª y 2ª se valorarán sobre 3 puntos; las preguntas 3ª y 4ª sobre 2 puntos.
Tiempo: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{\ln(x+1)}{x+1},$$

donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano, se pide:

- (1'5 puntos) Determinar el dominio de f y sus asíntotas.
- (0'75 puntos) Calcular la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en $x = 0$.
- (0'75 puntos) Calcular $\int f(x) dx$.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

- (2 puntos) Discutir, según los valores de m , el sistema de ecuaciones siguiente:

$$\begin{cases} 4x + 3y + (m-1)z = 0 \\ x - 2y + mz = 1 \\ 5x + my + z = 1 \end{cases}$$

- (1 punto) Resolver el sistema anterior para el caso $m = 1$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Dados los vectores $\vec{u} = (2, 3, 4)$, $\vec{v} = (-1, -1, -1)$ y $\vec{w} = (-1, \lambda, -5)$, encontrar los valores de λ que hacen que el paralelepípedo P generado por $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tenga volumen 6.
- (1 punto) Obtener la ecuación de la recta incluida en el plano $z = 0$, con dirección perpendicular a $\vec{u} = (2, -1, 4)$ y que pasa por el punto $(1, 1, 0)$.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el plano $\pi \equiv x - 2y + 2z + 1 = 0$ y la superficie esférica $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$, hallar los planos tangentes a la esfera que son paralelos al plano π .

OPCIÓN B

Ejercicio 1. Calificación máxima: 3 puntos.

Dados el punto $P(-4, 6, 6)$, el origen de coordenadas O , y la recta $r \equiv \begin{cases} x = -4 + 4\lambda \\ y = 8 + 3\lambda \\ z = -2\lambda \end{cases}$ se pide:

- (1 punto) Determinar un punto Q de la recta r , de modo que su proyección Q' sobre $\overline{OP}$ sea el punto medio de este segmento.
- (1 punto) Determinar la distancia de P a r .
- (1 punto) ¿Existe algún punto R de la recta r , de modo que los puntos O , P y R estén alineados? En caso afirmativo, encontrar el punto (o los puntos) con esa propiedad o, en caso negativo, justificar la no existencia.

Ejercicio 2. Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{si } x < 0, \\ xe^x + 1, & \text{si } x \geq 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Estudiar la continuidad de f .
- (1 punto) Estudiar la derivabilidad de f y calcular f' donde sea posible.
- (1 punto) Calcular $\int_1^3 f(x) dx$.

Ejercicio 3. Calificación máxima: 2 puntos. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Calcular A^{15} y A^{20} .
- (1 punto) Resolver la ecuación matricial $6X = B - 3AX$, donde X es una matriz cuadrada de orden 3.

Ejercicio 4. Calificación máxima: 2 puntos.

Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & t & 2 \\ 3 & -1 & t \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

- (1'25 puntos) Hallar el rango de A en función de t .
- (0'75 puntos) Calcular t para que $\det(A - tI) = 0$.