

MADRID · PAU 2025 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

7 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

El examen incluye tabla N(0,1) como anexo. INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACION Desprésés de leer attentamente el examen, responda razonadamente a una pregunta en cada uno de los cuales bloques, tres de ellos con optatividad y uno sin optatividad. Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas. CALIFICACION: Cada bloque se calificará sobre 2.5 puntos. TIEMPO: 90 minuto.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro real k :

$$\begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ k+1 & 1 & -k \\ 1 & k+1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

a) 1,5 puntos

Discutir el sistema en función de los valores de k .

b) 1 punto

Resolver el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$, se pide:

a) 1,5 puntos

Hallar las matrices simétricas B que verifiquen $BA = (A + A^2)B$.

b) 1 punto

Con la matriz $A_1 = A$, se consideran las matrices $A_2 = A_1^2 + A_1$, $A_3 = A_2^2 + A_2$, $A_4 = A_3^2 + A_3$ y así sucesivamente. Hallar A_{2025} .

Ejercicio 3

2,5 puntos

Un agricultor dispone de 120 metros de valla para delimitar una parcela con forma de pentágono. Los vértices del pentágono se nombrarán consecutivamente como A, B, C, D y E . Se sabe que A, B, D y E forman un rectángulo, y que el punto C se encuentra en el exterior de este rectángulo, formando un triángulo equilátero con los puntos B y D . ¿A qué distancia del vértice A el agricultor debe ubicar los vértices B y E si quiere que la parcela tenga la mayor área posible?

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean los puntos $A(1, 1, 2)$, $B(2, -1, 0)$, $C(2, 0, 3)$ y $D(2, 3, -1)$ y la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{-1}$$

a) 0,5 puntos

Compruebe que los puntos no son coplanarios y calcule el volumen del tetraedro determinado por ellos.

b) 1 punto

Calcule el área de la cara del tetraedro determinada por los puntos A , B y C y la longitud de la altura del tetraedro que parte del vértice D .

c) 1 punto

Calcule la distancia entre la recta r y la recta determinada por los puntos B y D .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Dados los puntos $A(0, 0, 1)$ y $B(1, 0, 1)$, se pide:

a) 1 punto

Hallar una ecuación del plano paralelo al eje OZ y que pasa por los puntos A y B .

b) 1,5 puntos

Hallar una ecuación de una recta perpendicular al plano $z = 1$ que diste una unidad tanto del punto A como del punto B .

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

En base a un estudio de los datos antropométricos de la población laboral española en hombres se considera que la masa, en kilogramos, de un individuo de esta población es una variable normal de media 75,67 y desviación típica 11,05. Se pide:

a) 0,75 puntos

Calcular la probabilidad de que un hombre de esta población elegido al azar tenga masa entre 60 y 80 kilogramos.

b) 0,75 puntos

Calcular la probabilidad de que un hombre de esta población elegido al azar tenga masa superior a 100 kilogramos.

c) 1 punto

Elegidos diez hombres distintos al azar en esta población calcular la probabilidad de que no más de uno supere los 100 kilogramos.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

La probabilidad de que un corredor sufra una caída en un día con lluvia es de 0,08 y en un día seco es de 0,004. La probabilidad de que llueva y se caiga es de 0,032. Hoy un corredor ha salido. Se pide:

a) 1,25 puntos

Calcular la probabilidad de que vuelva a casa sin haberse caído.

b) 1,25 puntos

Hallar la probabilidad de que, sabiendo que se ha caído, no esté lloviendo.