

ANDALUCÍA · PAU 2012 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA · EXAM 4

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x(x - 2)$

a) 1 punto

Calcula las asíntotas de f .

b) 1 punto

Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

c) 0,5 puntos

Determina, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \sin(x) - x e^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea f una función continua en el intervalo $[2, 3]$ y F una función primitiva de f tal que $F(2) = 1$ y $F(3) = 2$. Calcula:

a) 0,75 puntos

$$\int_2^3 f(x) dx$$

b) 0,75 puntos

$$\int_2^3 (5f(x) - 7) dx$$

c) 1 punto

$$\int_2^3 (F(x))^2 f(x) dx$$

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la función f definida por $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 1$.

a) 1,25 puntos

Halla una primitiva de f .

b) 1,25 puntos

Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2, k]$ sea $\ln(2)$, donde $\ln$ denota el logaritmo neperiano.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

¿Para qué valores del parámetro k no existe la inversa de la matriz A ? Justifica la respuesta.

b) 1,5 puntos

Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I)A = A^t$, donde I denota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + y + z = \lambda + 1 \\ 3y + 2z = 2\lambda + 3 \\ 3x + (\lambda - 1)y + z = \lambda \end{cases}$$

a) 1 punto

Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

b) 1 punto

Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

c) 0,5 puntos

¿Existe algún valor de λ para el que el sistema admite la solución $(-1 \ 0 \ \frac{1}{2})$?

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

De un paralelogramo $ABCD$ conocemos tres vértices consecutivos: $A(2, -1, 0)$, $B(-2, 1, 0)$ y $C(0, 1, 2)$.

a) 1 punto

Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

b) 0,75 puntos

Halla el área de dicho paralelogramo.

c) 0,75 puntos

Calcula el vértice D .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean r y s las rectas dadas por

$$r \equiv \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + z = 3 \end{cases} \quad s \equiv \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{6} = \frac{z}{2}$$

a) 1,25 puntos

Determina el punto de intersección de ambas rectas.

b) 1,25 puntos

Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Tu Profe al Rescate