

ANDALUCÍA · PAU 2011 · CONVOCATORIA NO ESPECIFICADA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, determina a , b y c sabiendo que su gráfica tiene un punto de inflexión en $(1, 0)$, y que la recta tangente en ese punto tiene por ecuación $y = -3x + 3$.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

En el primer cuadrante representamos un rectángulo de tal manera que tiene un vértice en el origen de coordenadas y el vértice opuesto en la parábola $y = -x^2 + 3$. Determina las dimensiones del rectángulo para que su área sea máxima.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por:

$$f(x) = 4 - 3|x| \quad \text{y} \quad g(x) = x^2$$

a) 1 punto

Esboza las gráficas de f y g . Determina sus puntos de corte.

b) 1,5 puntos

Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos(x) dx$$

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean A y B dos matrices que verifican:

$$A + B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad A - B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Halla las matrices $(A + B)(A - B)$ y $A^2 - B^2$.

b) 1,5 puntos

Resuelve la ecuación matricial $XA - XB - (A + B)^t = 2I$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A + B)^t$ la matriz traspuesta de $A + B$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & \lambda \\ -5 & \lambda & -5 \\ \lambda & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

a) 1 punto

Determina los valores de λ para los que la matriz $A - 2I$ tiene inversa, siendo I la matriz identidad de orden 3.

b) 1,5 puntos

Para $\lambda = -2$, resuelve la ecuación matricial $AX = 2X + I$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea el punto $P(2, 3, -1)$ y la recta r dada por las ecuaciones
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2\lambda \\ z = \lambda \end{cases}$$

a) 1 punto

Halla la ecuación del plano perpendicular a r que pasa por P .

b) 1,5 puntos

Calcula la distancia del punto P a la recta r y determina el punto simétrico de P respecto de r .

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los planos π_1 y π_2 dados respectivamente por las ecuaciones

$$(x, y, z) = (-2, 0, 7) + \lambda(1, -2, 0) + \mu(0, 1, -1) \quad y \quad 2x + y - z + 5 = 0$$

Determina los puntos de la recta r definida por $x = y + 1 = \frac{z-1}{-3}$ que equidistan de π_1 y π_2 .