

CATALUÑA · PAU 2020 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas CCSS

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2,5 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que puedan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información. Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, es necesario que lo indique claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Consideremos la matriz $A = \begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$. Estudie para qué valores de x la matriz inversa de la matriz A coincide con su opuesta, es decir, $A^{-1} = -A$.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Un fabricante tuvo un producto a la venta durante diez años. Durante este tiempo, el precio del producto P , en euros, estuvo relacionado con el tiempo que hacía que estaba a la venta t , expresado en años, siguiendo la función siguiente:

$$P(t) = \begin{cases} 5(t+1)^2 - 5 & \text{si } 0 \leq t \leq 2 \\ -4t + 48 & \text{si } 2 < t \leq 10 \end{cases}$$

a) 1,25 puntos

Indique los intervalos de crecimiento y de decrecimiento del precio del producto durante estos diez años.

b) 1,25 puntos

Encuentre el precio máximo que alcanzó el producto durante el tiempo que estuvo a la venta y calcule la tasa de variación media del precio del producto durante los últimos cinco años que estuvo a la venta.

Ejercicio 3

2,5 puntos

Una conocida marca fabrica dos versiones de una misma fragancia: el perfume, que es más concentrado y que se vende en botellas pequeñas que cuestan 70 euros, y la colonia, que es más diluida y que se vende en botellas más grandes a 82 euros. En la fabricación hay que mezclar dos ingredientes: el ingrediente A (que contiene el aroma concentrado) y el ingrediente B (que contiene alcohol y otras sustancias). En estos momentos el fabricante dispone de 5.000 ml del ingrediente A y de 30.000 ml del ingrediente B. Para fabricar una botella de perfume se necesitan 10 ml del ingrediente A y 40 ml del ingrediente B, y para fabricar una de colonia se necesitan 10 ml del ingrediente A y 90 ml del ingrediente B. Los pedidos actuales obligan a fabricar al menos 120 unidades de perfume y 70 unidades de colonia.

a) 1,25 puntos

Determine la función objetivo y las restricciones. Dibuje la región factible.

b) 1,25 puntos

¿Cuántas unidades hay que producir de cada versión para obtener, una vez vendidas, unos ingresos máximos?
¿Cuáles son estos ingresos?

Ejercicio 4

2,5 puntos

Consideremos las funciones $f(x) = x^2 + ax + b$ y $g(x) = -x^2 + c$.

a) 1,25 puntos

Calcule los valores de los parámetros a , b y c para que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ se corten en los puntos $(-1, 3)$ y $(3, -5)$.

b) 1,25 puntos

Para $c = 4$, encuentre la ecuación de la recta tangente a $g(x)$ en el punto de abscisa $x = -1$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Un triatlón consta de tres segmentos que hay que realizar consecutivamente practicando tres modalidades de deporte diferentes: natación, ciclismo y carrera a pie. La distancia total que se recorrerá en el triatlón es de 75 km. Sabemos que el recorrido en bicicleta es igual a cuatro veces la distancia que hay que recorrer nadando y corriendo conjuntamente. Sabemos también que si sumamos 3 km a la distancia que se hace corriendo nos da lo mismo que cinco veces el recorrido que se hace nadando. Determine la distancia recorrida en cada modalidad.

Ejercicio 6

2,5 puntos

La función $Q(x) = (x + 1)^2(32 - x)$, en la que $x \in [-1, 32]$, representa la producción, en kilogramos, de una hortaliza en un invernadero en función de la temperatura x , expresada en grados centígrados ($^{\circ}\text{C}$), que puede variar entre -1°C y 32°C .

a) 1,25 puntos

Calcule cuál es la temperatura del invernadero con la que se obtiene la máxima producción. ¿Qué producción de hortaliza obtendremos a esta temperatura?

b) 1,25 puntos

Calcule a qué temperaturas se alcanza el nivel mínimo de producción y cuál es este valor mínimo.