

BAREMO DEL EXAMEN: Se elegirá sólo UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓN A

PROBLEMA A.1. Se da el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} ax & -z = a \\ 2x + ay + z = 1 \\ 2x & + z = 2 \end{cases}$$

Donde a es un parámetro real. Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Los valores del parámetro a para los cuales el sistema es incompatible (4 puntos)
- Todas las soluciones del sistema cuando este sea compatible indeterminado. (3 puntos)
- La solución del sistema cuando $a = -1$. (3 puntos)

PROBLEMA A.2. Se dan las rectas

$$r: \begin{cases} x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x + y - z + 1 = 0 \end{cases} \quad y \quad s: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}.$$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- La recta paralela a r que pasa por el punto $(0,1,0)$. (3 puntos)
- El plano π que contiene a la recta r y es paralelo a s . (3 puntos)
- La distancia entre las rectas r y s . (4 puntos)

PROBLEMA A.3. Se da la función f definida por $f(x) = \frac{1}{x^2 - 5x + 6}$

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- Dominio y asíntotas de la función f . (2 puntos)
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f . (3 puntos)
- La integral $\int f(x) dx$ (3 puntos)
- El valor de $a > 4$ para el que el área de la superficie limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = 0$, $x = 4$ y $x = a$ es $\ln(3/2)$. (4 puntos)

OPCIÓN B

PROBLEMA B.1. Se da la matriz $A = \begin{pmatrix} \sqrt{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La comprobación de que $A^{-1} = 5^{-1} A^t$, siendo A^t la matriz traspuesta de A . (4 puntos)
- Los valores del parámetro real λ para los cuales $A - \lambda I$ no es invertible, siendo I la matriz identidad de orden 3. (3 puntos)
- El determinante de una matriz cuadrada B cuyo determinante es mayor que 0 y verifica la ecuación $B^{-1} = B^t$. (3 puntos)

PROBLEMA B.2. Se da el plano $\pi: 6x + 3y + 2z - 12 = 0$ y los puntos $A(1,0,0)$, $B(0,2,0)$ y $C(0,0,3)$.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación implícita del plano σ que pasa por los puntos A , B y C , (2 puntos) y la posición relativa de los planos σ y π . (2 puntos)
- El área del triángulo de vértices A , B y C . (3 puntos)
- Un punto P del plano π y el volumen del tetraedro cuyos vértices son P , A , B y C . (3 puntos)

PROBLEMA B.3. Cada día, una planta productora de acero vende x toneladas de acero de baja calidad e y toneladas de acero de alta calidad. Por restricciones del sistema de producción debe suceder que $y = \frac{23-5x}{10-x}$, siendo $0 < x < \frac{23}{5}$.

El precio de una tonelada de acero de alta calidad es de 900 euros y el precio de una tonelada de acero de baja calidad es de 300 euros.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los ingresos obtenidos en un día en función de x . (3 puntos)
- Cuántas toneladas de cada tipo de acero se deben vender en un día para que los ingresos obtenidos ese día sean máximos. (5 puntos)
- El ingreso máximo que se puede obtener por las ventas de acero en un día. (2 puntos)