

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Antonio ha conseguido 1372 euros trabajando durante las vacaciones. Ese dinero puede gastarlo íntegramente comprando un ordenador portátil, una cámara y haciendo un viaje. El precio del ordenador portátil excede en 140 euros a la suma de los precios de la cámara y el viaje. Teniendo en cuenta que el precio de un segundo acompañante para el viaje es la mitad que el precio inicial, Antonio podría invitar a su hermano al viaje en caso de que no se comprara la cámara digital y todavía le quedarían 208 euros. Calcula los precios del ordenador, de la cámara y del viaje.

Solución:

Utilizamos como incógnitas,

$x = \text{precio del ordenador}$

$y = \text{precio de la cámara}$

$z = \text{precio del viaje}$

De las frases del problema obtenemos las ecuaciones,

“Antonio ha conseguido 1372 €... Este dinero puede gastarlo íntegramente comprando ...”, $x + y + z = 1372$

“El precio del ordenador portátil excede en 140 € a la suma de los precios de la cámara y el viaje”, $x = y + z + 140$;
 $x - y - z = 140$

“Teniendo en cuenta que el precio de un segundo acompañante para el viaje es la mitad que el precio inicial, Antonio podría invitar a su hermano al viaje en caso de que no se comprara la cámara digital y todavía le quedarían 208 euros”, $x + z + z/2 + 208 = 1372$; $2x + 2z + z + 416 = 2744$; $2x + 3z = 2744 - 416$; $2x + 3z = 2328$

El sistema a resolver será,

$$\begin{cases} x + y + z = 1372 \\ x - y - z = 140 \\ 2x + 3z = 2328 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema por el método de Gauss,

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1372 \\ 1 & -1 & -1 & 140 \\ 2 & 0 & 3 & 2328 \end{array} \right) \xrightarrow{\substack{F_2 - F_1 \\ F_3 - 2F_1}} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1372 \\ 0 & -2 & -2 & -1232 \\ 0 & -2 & 1 & -416 \end{array} \right) \xrightarrow{F_3 - F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1372 \\ 0 & -2 & -2 & -1232 \\ 0 & 0 & 3 & 816 \end{array} \right)$$

$$F_3 \rightarrow 3z = 816 \rightarrow z = \frac{816}{3} = 272$$

$$F_2 \rightarrow -2y - 2z = -1232$$

$$y + z = 616$$

$$y + 272 = 616$$

$$y = 616 - 272 = 344$$

$$F_1 \rightarrow x + y + z = 1372$$

$$x + 344 + 272 = 1372$$

$$x = 1372 - 344 - 272 = 756$$

Solución: el ordenador le costó 756€, la cámara 344€ y el viaje 272€.

EJERCICIO A

PROBLEMA 2. Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$, se pide:

- Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de sus asíntotas verticales y horizontales.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos locales.
- Representación gráfica a partir de la información de los apartados anteriores.

Solución:

a) Dominio

$$1 - x^2 = 0 \rightarrow 1 = x^2 \rightarrow x = \pm 1 \rightarrow \text{Dom } y = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

Corte eje OY

$$x = 0 \rightarrow y = \frac{0^3}{1-0^2} = \frac{0}{1} = 0 \Rightarrow (0,0)$$

Corte eje OX

$$y = 0 \rightarrow 0 = \frac{x^3}{1-x^2} \rightarrow 0 = x^3 \rightarrow 0 = x \Rightarrow (0,0)$$

El punto de corte con los ejes coordenados es el $(0, 0)$

b) Asíntotas verticales y horizontales

Las posibles asíntotas verticales son $x = 1$ y $x = -1$ (los valores de x que no son del dominio)

Veamos si $x = -1$ es a.v.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3}{1-x^2} = \frac{(-1)^3}{1-(-1)^2} = \frac{-1}{1-1} = \frac{-1}{0} = \infty \rightarrow x = -1 \text{ es a.v.}$$

Veamos si $x = 1$ es a.v.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3}{1-x^2} = \frac{1^3}{1-1^2} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} = \infty \rightarrow x = 1 \text{ es a.v.}$$

Posteriormente, si es necesario, estudiaremos la posición de la curva respecto de estas asíntotas.

Asíntota horizontal,

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{1-x^2} = \left(\frac{-\infty}{-\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{1-x^2} = \left(\frac{\infty}{-\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

luego no tiene asíntota horizontal.

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento

$$y = \frac{x^3}{1-x^2}$$

$$y' = \frac{3x^2(1-x^2) - x^3(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{3x^2 - 3x^4 + 2x^4}{(1-x^2)^2} = \frac{-x^4 + 3x^2}{(1-x^2)^2}$$

Estudiemos el signo de y' ,
raíces de numerador,

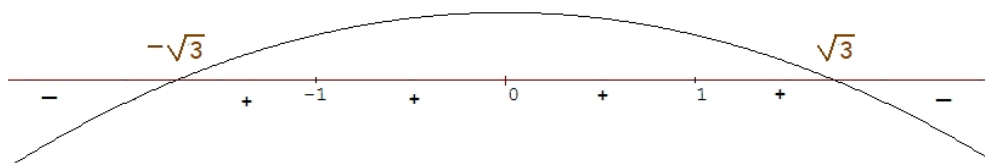
$$-x^4 + 3x^2 = 0 \rightarrow x^2(-x^2 + 3) = 0 \begin{cases} x^2 = 0 \rightarrow x = 0 \\ -x^2 + 3 \rightarrow x^2 = 3 \rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

raíces del denominador,

$$(1-x^2)^2 = 0 \rightarrow 1-x^2 = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1$$

Marcamos en la recta real todas las raíces que hemos obtenido y consideramos el dominio de la función.

Como en la función el denominador es una expresión al cuadrado, positivo, el denominador no aporta signo a la función. En el numerador hay dos factores x^2 y $(-x^2 + 3)$; x^2 es positivo. Por lo tanto el signo de y' sólo depende del de $-x^2 + 3$. Por lo tanto



Creciente $(-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (1, \sqrt{3})$

Decreciente $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

d) Máximos y mínimos locales

Los extremos locales de la función los buscamos en los puntos donde se produce un cambio de crecimiento a decrecimiento o viceversa. Luego,

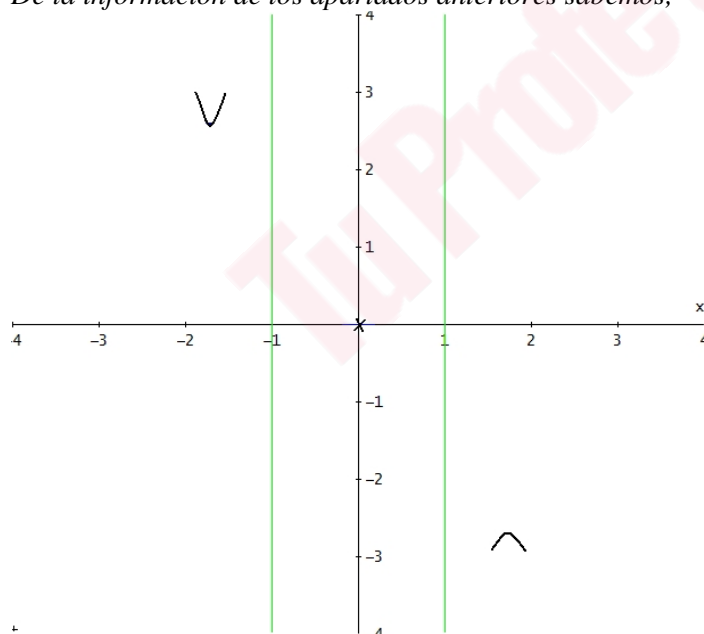
$$x = -\sqrt{3} \quad \text{mínimo} \quad y = \frac{(-\sqrt{3})^3}{1 - (-\sqrt{3})^2} = \frac{-3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{-3\sqrt{3}}{-2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \sqrt{3} \quad \text{máximo} \quad y = \frac{(\sqrt{3})^3}{1 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{3\sqrt{3}}{-2} = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$$

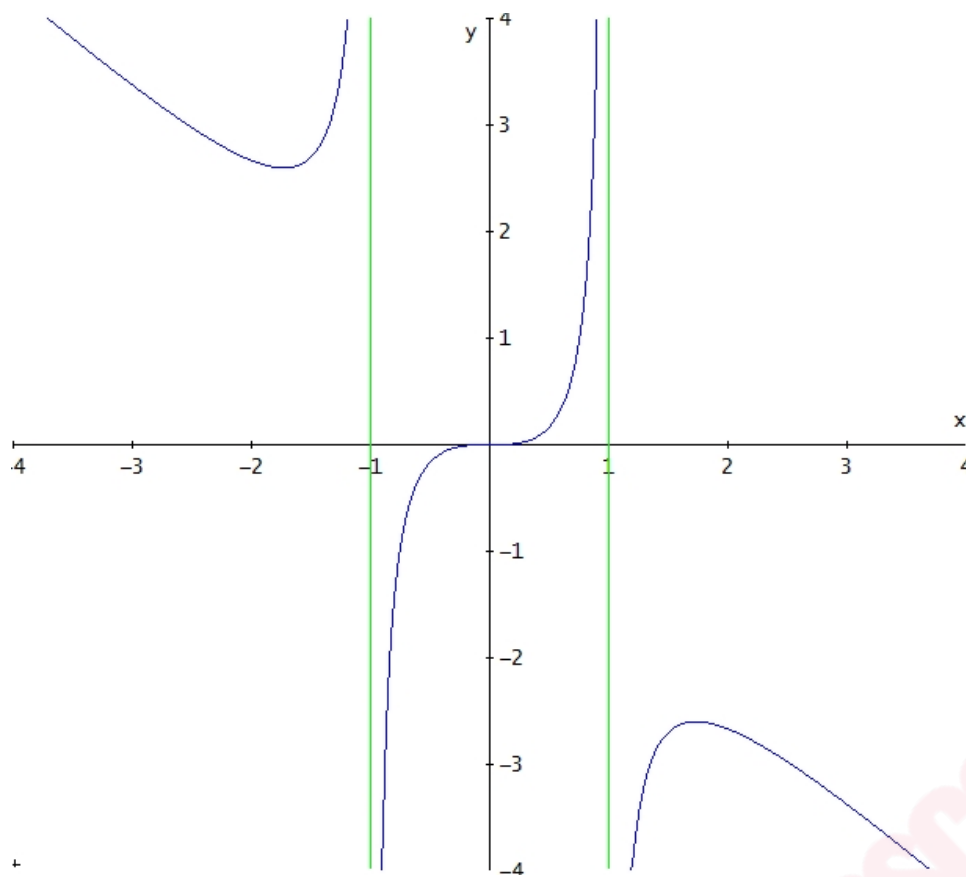
Mínimo local $\left(-\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ y máximo local $\left(\sqrt{3}, \frac{-3\sqrt{3}}{2}\right)$
 $(-1.73, 2.59)$ $(1.73, -2.59)$

e)

De la información de los apartados anteriores sabemos,



Como entre -1 y 1 la función es creciente, la representación será:



Tu Profe al Rescate

EJERCICIO A

PROBLEMA 3. Obtén los parámetros r , s y t para que la función: $f(x) = x^3 + r x^2 + s x + t$ tenga un máximo en $x = -2$, un mínimo en $x = 0$ y pase por el punto $(1, -1)$

Solución:

$$f(x) = x^3 + r x^2 + s x + t$$

$$\text{Pase por } (1, -1); \quad -1 = 1^3 + r \cdot 1^2 + s \cdot 1 + t$$

$$-1 = 1 + r + s + t$$

$$\mathbf{-2 = r + s + t}$$

$$\text{Máximo en } x = -2, \text{ por lo tanto } f'(-2) = 0$$

$$\text{Mínimo en } x = 0, \text{ por lo tanto } f'(0) = 0$$

$$f'(x) = 3x^2 + 2rx + s$$

$$f'(-2) = 3(-2)^2 + 2r(-2) + s = 12 - 4r + s$$

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 + 2r \cdot 0 + s = s$$

$$\text{Por lo que: } 12 - 4r + s = 0; \quad \mathbf{-4r + s = -12}$$

$$\text{y } \mathbf{s = 0}$$

El sistema a resolver será:

$$\begin{cases} r + s + t = -2 \\ -4r + s = -12 \\ s = 0 \end{cases}$$

sustituyendo el valor de s en las dos primeras ecuaciones quedará,

$$\begin{cases} r + t = -2 \\ -4r = -12 \end{cases}$$

de la segunda ecuación obtenemos el valor de r

$$-4r = -12 \rightarrow r = \frac{-12}{-4} = 3$$

sustituyendo este valor de r en la primera ecuación: $3 + t = -2; \quad t = -2 - 3 = -5$

Solución: los valores buscados son $r = 3$, $s = 0$ y $t = -5$

EJERCICIO A

PROBLEMA 4. Una empresa automovilística fabrica su modelo *Assegurat* en cuatro factorías distintas, A, B, C y D. La factoría A produce el 40% de los coches de este modelo con un 5% de defectuosos, la B produce el 30% con un 4% de defectuosos, la C el 20% con un 3% de defectuosos y, por último, la factoría D el 10% restante con un 2% de defectuosos. Si elegimos un coche del modelo *Assegurat* al azar, calcula:

- La probabilidad de que sea defectuoso.
- Si no es defectuoso, la probabilidad de que haya sido fabricado en la factoría C.

Solución:

Si usamos los siguientes sucesos:

A = coche producido en la factoría A

B = coche producido en la factoría B

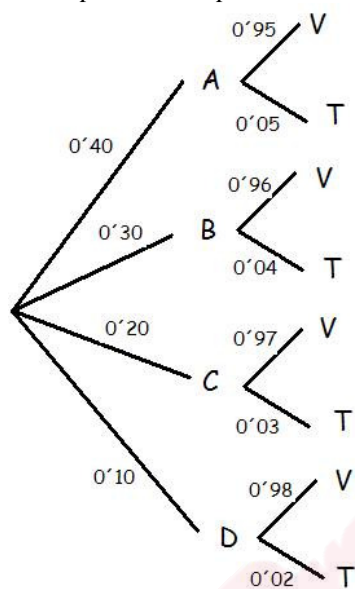
C = coche producido en la factoría C

D = coche producido en la factoría D

V = modelo correcto

T = modelo defectuoso

el árbol del problema podemos representarlo de la siguiente forma,



a)

$$p(T) = 0.40 \cdot 0.05 + 0.30 \cdot 0.04 + 0.20 \cdot 0.03 + 0.10 \cdot 0.02 = 0.04$$

b)

$$p\left(\frac{C}{V}\right) = \frac{p(C \cap V)}{p(V)} = \frac{0.20 \cdot 0.97}{1 - p(T)} = \frac{0.194}{1 - 0.04} = 0.2020833 \approx 0.20$$

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) Halla su inversa.
- b) Resuelve la ecuación $X A^2 + 5 A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$.

Solución:

a) Cálculo de A^{-1}

La obtendremos por el método de Gauss,

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & | & 1 & 0 \\ 4 & 2 & | & 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - 4F_1} \begin{pmatrix} 1 & 3 & | & 1 & 0 \\ 0 & -10 & | & -4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_1 + \frac{3}{10}F_2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & -2/10 & 3/10 \\ 0 & -10 & | & -4 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 / (-10)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & -2/10 & 3/10 \\ 0 & 1 & | & 4/10 & -1/10 \end{pmatrix}$$

Cálculos auxiliares				
F_2	$-$	4	F_1	
4	$-$	4	$1 =$	0
2	$-$	4	$3 =$	-10
0	$-$	4	$1 =$	-4
1	$-$	4	$0 =$	1

F_1	$+$	$\frac{3}{10}$	F_2	
1	$+$	$\frac{3}{10}$	$0 =$	1
3	$+$	$\frac{3}{10}$	$(-10) =$	0
1	$+$	$\frac{3}{10}$	$(-4) =$	$1 - \frac{12}{10} = \frac{-2}{10}$
0	$+$	$\frac{3}{10}$	$1 =$	$\frac{3}{10}$

Luego $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2/10 & 3/10 \\ 4/10 & -1/10 \end{pmatrix}$

b)

Sea $B = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix}$

La ecuación a resolver es $X A^2 + 5 A = B$, multiplicando por A^{-1} por la izquierda,

$$X A A A^{-1} + 5 A A^{-1} = B A^{-1}, \text{ como } A A^{-1} = I,$$

$$X A I + 5 I = B A^{-1}$$

$$X A + 5 I = B A^{-1}, \text{ despejamos } X A$$

$$X A = B A^{-1} - 5 I, \text{ multiplicando por } A^{-1} \text{ por la izquierda,}$$

$$X A A^{-1} = (B A^{-1} - 5 I) A^{-1}, \text{ y finalmente}$$

$$X = (B A^{-1} - 5 I) A^{-1}$$

Procedamos al cálculo de la matriz X

$$B A^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 10 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2/10 & 3/10 \\ 4/10 & -1/10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-12}{10} + \frac{32}{10} & \frac{18}{10} - \frac{8}{10} \\ \frac{-20}{10} - \frac{80}{10} & \frac{30}{10} + \frac{20}{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B A^{-1} - 5I = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -10 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -10 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = (B A^{-1} - 5I) A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -10 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2/10 & 3/10 \\ 4/10 & -1/10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{6}{10} + \frac{4}{10} & \frac{-9}{10} - \frac{1}{10} \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

Solución $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$

Tu Profecia al Rescate

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Cierta armador se dedica a la pesca de rape y merluza. Las cuotas pesqueras imponen que sus capturas totales no excedan las 30 toneladas (Tm). Por otro lado, la cantidad de rape como máximo puede triplicar a la de la merluza y, además, esta última no puede superar las 18 Tm. Si el precio del rape es de 15 €/kg y el de la merluza 10 €/Kg. ¿qué cantidades de cada especie debe pescar para maximizar sus ingresos?

Solución:

Utilizamos las siguientes incógnitas

$x = \text{kg de rape a pescar}$

$y = \text{kg de merluza a pescar}$

Las restricciones serán:

“sus capturas totales no excedan las 30 toneladas (30000 kg)”;
 $x + y \leq 30000$

“la cantidad de rape como máximo puede triplicar a la de la merluza”;
 $x \leq 3y$

“la cantidad de merluza no puede superar las 18 Tm (18000 kg)”;
 $y \leq 18000$

Como x e y representan kilos de pescado, la restricción para los valores de estas variables es $x, y \geq 0$

Los ingresos que obtiene el armador serán: $15x + 10y$

El problema a resolver es:

Maximizar $z = 15x + 10y$

$$\text{s.a.} \begin{cases} x + y \leq 30000 \\ x \leq 3y \\ y \leq 18000 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Efectuamos los cálculos necesarios para la representación gráfica de las inecuaciones.

(a) $x + y \leq 30000$

(b) $x \leq 3y$

(c) $y \leq 18000$

$x + y = 30000$

$x = 3y$

$y = 18000$

x	y
0	30000
30000	0

x	y
30000	10000
0	0

x	y
0	18000
10000	18000

¿(0,0) cumple?

¿(0,10000) cumple?

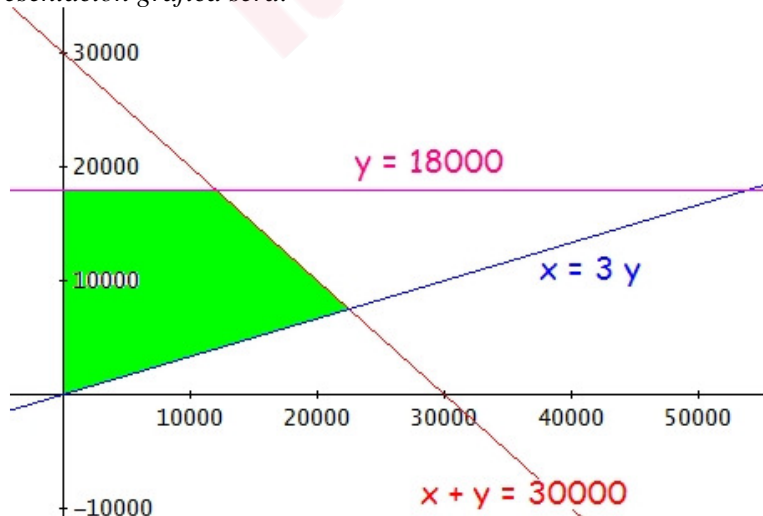
¿(0,0) cumple?

$0 + 0 \leq 30000$ Sí

$0 \leq 3 \cdot 10000$ Sí

$0 \leq 18000$ Sí

La representación gráfica será:



Los vértices de la región determinada por las inecuaciones los obtendremos mediante los puntos de corte de las rectas correspondientes.

Son evidentes los vértices $(0, 0)$ y $(0, 18000)$; calculemos los otros dos vértices.

De (a) y (c): $(12000, 18000)$

$$\begin{cases} x + y = 30000 \\ y = 18000 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} x + 18000 &= 30000 \\ x &= 12000 \end{aligned}$$

De (b) y (c): $(22500, 7500)$

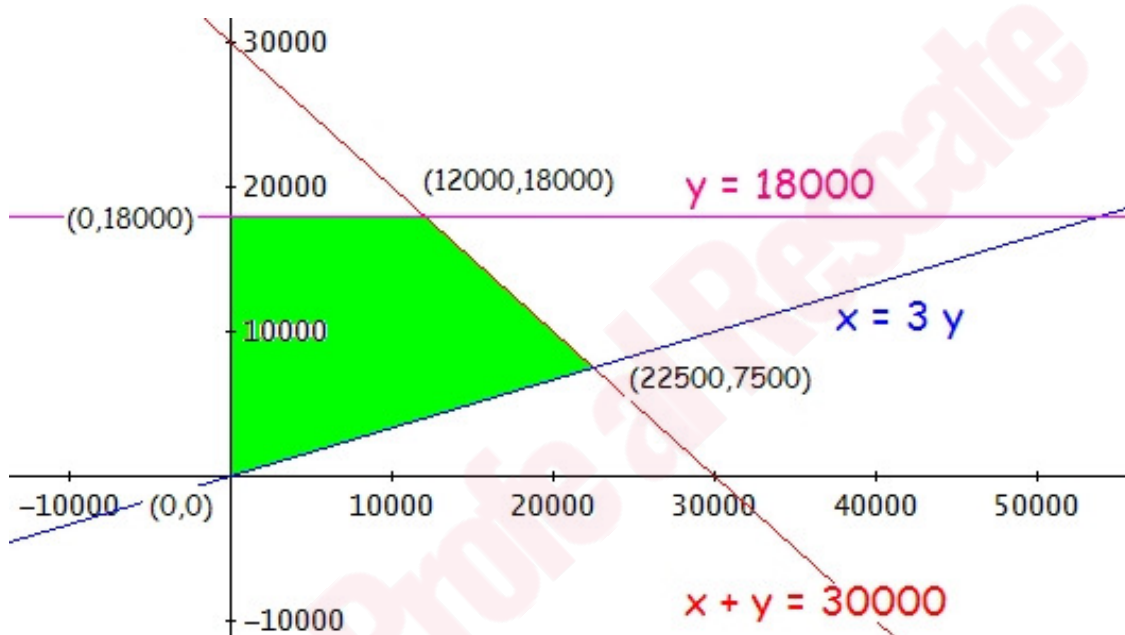
$$\begin{cases} x = 3y \\ x + y = 30000 \end{cases}$$

$$3y + y = 30000$$

$$4y = 30000$$

$$y = \frac{30000}{4} = 7500$$

$$\text{luego } x + 7500 = 30000 \rightarrow x = 22500$$



Los vértices de la región son: $(0, 0)$, $(0, 18000)$, $(12000, 18000)$ y $(22500, 7500)$

La función de los ingresos alcanza su valor máximo en los vértices de la región anterior o en alguno de los segmentos que la delimitan.

Calculemos los valores de la función en los vértices,

x, y	$z = 15x + 10y$
$0, 0$	$15 \cdot 0 + 10 \cdot 0 = 0$
$0, 18000$	$15 \cdot 0 + 10 \cdot 18000 = 180000$
$12000, 18000$	$15 \cdot 12000 + 10 \cdot 18000 = 360000$
$22500, 7500$	$15 \cdot 22500 + 10 \cdot 7500 = 412500$ Máximo

Para maximizar sus ingresos debe pescar 22500 kg de rape y 7500 kg de merluza

EJERCICIO B

PROBLEMA 3. La cuenta de resultados (pérdidas o ganancias) en millones de euros, y , de una empresa vienen dadas por la siguiente función de los años de existencia de la misma:

$$y = \frac{5x^2 + 20x - 25}{x^2 + 7}$$

- ¿A partir de qué año deja la empresa de tener pérdidas?
- ¿En qué momento alcanza la empresa sus ganancias máximas? ¿A cuánto ascienden éstas?
- Describe la evolución de la cuenta de resultados de la empresa. ¿Cuáles serán sus beneficios a muy largo plazo?

Solución:

Por definición de x , años de existencia de la empresa, $x \geq 0$

y como $\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 + 7 \neq 0 \rightarrow \text{Dom } y = [0, +\infty)$

a) La empresa dejará de tener pérdidas cuando $y > 0$, luego debemos resolver la siguiente inecuación,

$$\frac{5x^2 + 20x - 25}{x^2 + 7} > 0$$

como para cualquier valor de x , $x^2 + 7$ es positivo, sólo necesitamos estudiar el signo del numerador.

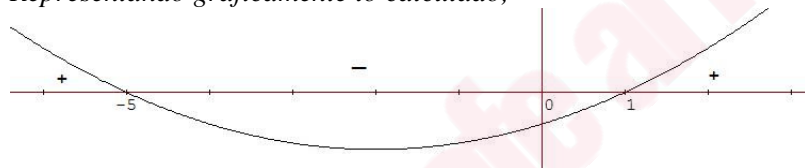
$5x^2 + 20x - 25 > 0$ Resolvamos esta inecuación,

$5x^2 + 20x - 25 = 0$, simplificando entre 5

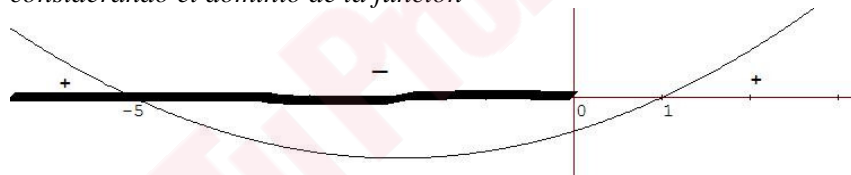
$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5)}}{2 \cdot 1} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \end{cases}$$

Representando gráficamente lo calculado,



considerando el dominio de la función



Por lo tanto $y > 0$ para $x > 1$. Es decir que la empresa dejará de tener pérdidas a partir del primer año de existencia

b) Ganancias máximas y a cuánto ascienden.

Busquemos los extremos de la función y

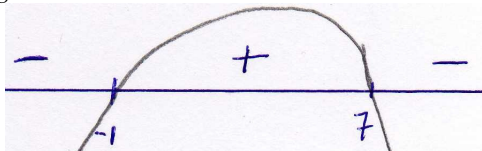
$$\begin{aligned} y' &= \frac{(10x + 20)(x^2 + 7) - (5x^2 + 20x - 25)2x}{(x^2 + 7)^2} = \frac{10x^3 + 20x^2 + 70x + 140 - 10x^3 - 40x^2 + 50x}{(x^2 + 7)^2} = \\ &= \frac{-20x^2 + 120x + 140}{(x^2 + 7)^2} \end{aligned}$$

$$y' = 0 \rightarrow \frac{-20x^2 + 120x + 140}{(x^2 + 7)^2} = 0 \rightarrow -20x^2 + 120x + 140 = 0 \quad \text{simplificando entre 20}$$

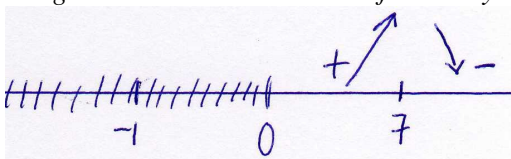
$$-x^2 + 6x + 7 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(-1)7}}{2(-1)} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 28}}{-2} = \frac{-6 \pm \sqrt{64}}{-2} = \frac{-6 \pm 8}{-2} =$$

$$= \begin{cases} \frac{-6 + 8}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \\ \frac{-6 - 8}{-2} = \frac{-14}{-2} = 7 \end{cases}$$

Estudiemos el signo de y' . Como el denominador de y' es $(x^2 + 7)^2$, siempre es positivo; el signo de y' depende del numerador que gráficamente es una parábola, por ser un polinomio de 2º grado, y como el coeficiente de x^2 es negativo será



Restringiéndonos al dominio de la función y



Luego en $x = 7$ hay un máximo relativo. Como la función y en el intervalo $(0, 7)$ es creciente y en el intervalo $(7, +\infty)$ es decreciente, este máximo relativo es el absoluto de la función.

Por lo tanto la empresa alcanza sus ganancias máximas a los 7 años de su creación y estas ganancias son de

$$y = \frac{5 \cdot 7^2 - 20 \cdot 7 - 25}{7^2 + 7} = \frac{360}{56} = 6'428571 \text{ millones de euros}$$

es decir, unas ganancias de 6 428 571 €

c) Para obtener los beneficios a muy largo plazo calculamos el siguiente límite,

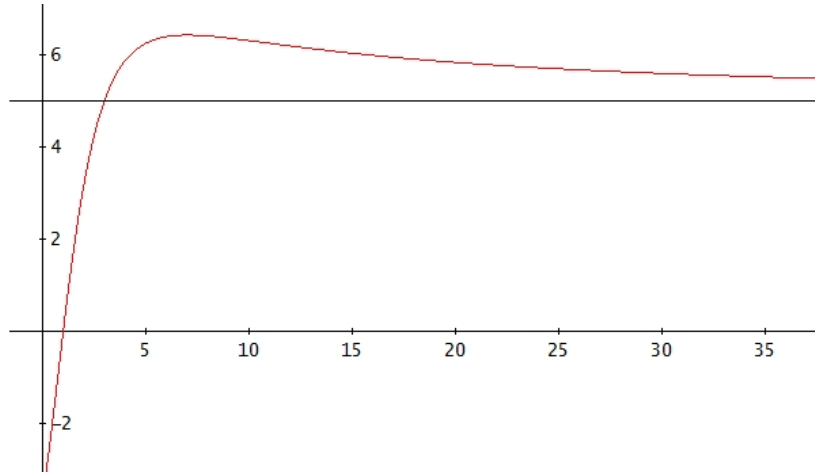
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 20x - 25}{x^2 + 7} = \left(\frac{+\infty}{+\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 5 = 5$$

Esto quiere decir que a muy largo plazo los beneficios se estabilizan en 5 millones de euros.

Podemos describir la evolución de la cuenta de resultados de la empresa de la siguiente forma:

- Durante el primer año tiene pérdidas.
- A partir del segundo año y hasta el séptimo los beneficios crecen hasta alcanzar un máximo de 6'4 millones de euros y a partir del séptimo año los beneficios descienden pero se mantienen por encima de los 5 millones de euros.

Gráficamente:



EJERCICIO B

PROBLEMA 4. Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,2$ y $P(A / B) = 1$.

- Calcula las probabilidades siguientes: $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ y $P(B/A)$.
- ¿Son los sucesos A y B independientes?

Solución:

a)

$$P(A \cap B)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \rightarrow 1 = \frac{P(A \cap B)}{0,2} \rightarrow P(A \cap B) = 0,2$$

$$P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - 0,2 = 0,7$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7} = 0,285... \cong 0,3$$

b) Los sucesos A y B son independientes si la probabilidad de su intersección es igual al producto de sus probabilidades. Veamos si es así,

$$P(A \cap B) = 0,2$$

$$P(A) \cdot P(B) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14$$

} luego no son independientes.