

BAREMO DEL EXAMEN:

Se han de contestar tres problemas de entre los seis propuestos.

Cada problema se valorará de 0 a 10 puntos y la nota final será la media aritmética de los tres.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una tienda de televisores ha obtenido 247250 euros por la venta de 220 televisores de sus modelos *ULED*, *QLED* y *LD*. Un televisor del modelo *ULED* cuesta 1250 euros y los otros dos modelos son un 10% y un 20% más baratos que el modelo *ULED*, respectivamente. Sabemos que la suma de la cantidad de televisores *QLED* y de televisores *LD* vendidos es igual al triple de los televisores *ULED* vendidos. Halla el número de televisores de cada modelo que se han vendido.

(Planteamiento correcto, 5 puntos – Resolución correcta 5 puntos)

Problema 2. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $X^{-1}A + A = B$. *(4 puntos)*
- Hallar la matriz Y que satisface la ecuación $(A - B)Y - AY = I$, donde I representa a la matriz identidad de orden 3 *(4 puntos)*
- Hallar la matriz Z que satisface la ecuación $AZA^{-1} = I$. *(2 puntos)*

Problema 3. Se considera la función $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x(x-3) + (x+1)}$. Se pide:

- Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. *(2 puntos)*
- Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. *(2 puntos)*
- Los intervalos de crecimiento y decrecimiento. *(2 puntos)*
- Los máximos y mínimos locales, si existen. *(2 puntos)*
- La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. *(2 puntos)*

Problema 4. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + a x^2 + 24x & \text{si } x \leq -1 \\ (x-1)^2 + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

siendo a un número real.

- Determina el valor de a para que esta función sea continua. (2 puntos)
- Supongamos que $a = 9$. Determina los máximos y mínimo locales que tiene esta función en el intervalo $\left(-\frac{9}{2}, \frac{-3}{2}\right)$. (4 puntos)
- Supongamos que $a = 0$. Calcula el área de la región delimitada por esta función, la recta de ecuación $x = 2$, la recta de ecuación $x = 3$ y el eje OX . (2 puntos)

Problema 5. Un 30 % de los directivos de una empresa sabe inglés y alemán. En dicha empresa, el 40 % de los directivos sabe inglés. Además, de los directivos que saben alemán, el 40 % sabe también inglés. Seleccionamos un directivo al azar.

- ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán? (4 puntos)
- ¿Qué probabilidad hay de que el directivo sepa alemán y no inglés? (3 puntos)
- Si el directivo no sabe alemán, ¿cuál es la probabilidad de que sepa inglés? (3 puntos)

Problema 6. Lanzamos un dado de 6 caras bien equilibrado. Si al lanzar el dado obtenemos un número mayor que 2, entonces lanzamos dos veces una moneda bien construida; pero si al lanzar el dado obtenemos un número menor o igual que 2, entonces lanzamos dos veces una moneda defectuosa en la que la probabilidad de obtener cara es tres veces mayor que la de obtener cruz.

- Si sabemos que en los dos lanzamientos de la moneda hemos obtenido dos caras, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos obtenido un número mayor que 2 al lanzar el dado? (3 puntos)
- Calcula la probabilidad de la unión de los sucesos “obtener un número menor o igual que 2 al lanzar el dado” y “obtener al menos una cara en los dos lanzamientos de la moneda”. (4 puntos)
- ¿Son independientes los sucesos “obtener un 6 al lanzar el dado” y “obtener dos cruces en los dos lanzamientos de la moneda”? (3 puntos)