



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2006-2007

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El examen presenta dos opciones, A y B.

Se deberá elegir **UNA Y SÓLO UNA** de ellas y resolver los cuatro ejercicios de que consta.

No se permite el uso de calculadoras con capacidad de representación gráfica.

PUNTUACIÓN: La calificación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

Tiempo: 90 minutos

OPCIÓN A

1. (2 puntos). Estudiar el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} m & m-1 & m(m-1) \\ m & 1 & m \\ m & 1 & m-1 \end{pmatrix}$$

según los valores del parámetro m .

2. (2 puntos). Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$$

Hallar una matriz X tal que $XAX^T = B$.

3. (3 puntos). Dados el punto $A(1, -2, -3)$, la recta $r: \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

y el plano $\pi: x - 2y + 3z - 1 = 0$, se pide:

- a) (1,5 puntos). Ecuación del plano que pasa por A, es paralelo a r y perpendicular a π .
- b) (1,5 puntos). Ecuación de la recta que pasa por A, corta a r y es paralela a π .

4. (3 puntos). Se considera la función $f(x) = x^2 + m$, donde $m \neq 0$ es una constante.

- a) (1,5 puntos). Para cada valor de m hallar el valor $a > 0$ tal que la recta tangente a la gráfica de f en el punto $(a, f(a))$ pase por el origen de coordenadas.
- b) (1,5 puntos). Hallar el valor de m para que la recta $y = x$ sea tangente a la gráfica de $f(x)$.

OPCIÓN B

1. (2 puntos). Dada la función $f(x) = \frac{x^2 - 12}{x^2 + 4}$ calcular el área de la región acotada encerrada por su gráfica y el eje OX.

2. (2 puntos). Dibujar la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{|x|}{2-x}$$

indicando su dominio, intervalos de crecimiento y decrecimiento y asíntotas.

3. (3 puntos). Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} \square & 5 & 2 & 0 \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & 2 & 5 & 0 \\ \square & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \square & a & b & 0 \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & c & c & 0 \\ \square & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

se pide:

a) (1,5 puntos). Encontrar las condiciones que deben cumplir a, b, c para que se verifique $AB=BA$.

b) (1,5 puntos). Para $a=b=c=1$, calcular B^{10} .

4. (3 puntos). Sean los puntos $A(\lambda, 2, \lambda)$, $B(2, -\lambda, 0)$, $C(\lambda, 0, \lambda+2)$.

a) (1 punto). ¿Existe algún valor de λ para el que los puntos A, B y C están alineados?

b) (1 punto). Comprobar que si A, B, C no están alineados el triángulo que forman es isósceles.

c) (1 punto). Calcular la ecuación del plano que contiene al triángulo ABC para el valor $\lambda = 0$ y hallar la distancia de este plano al origen de coordenadas.