

ANDALUCÍA · PAU 2010 · ORDINARIA

# Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea  $f$  la función definida como  $f(x) = \frac{ax^2+b}{a-x}$  para  $x \neq a$ .

a) 1,5 puntos

Calcula  $a$  y  $b$  para que la gráfica de  $f$  pase por el punto  $(2,3)$  y tenga una asíntota oblicua con pendiente  $-4$ .

b) 1 punto

Para el caso  $a = 2$ ,  $b = 3$ , obtén la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Calcula

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x^2}$$

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Calcula

$$\int_0^{\pi^2} \sin(\sqrt{x}) dx$$

Sugerencia: Efectúa el cambio  $\sqrt{x} = t$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función  $f$  dada por  $f(x) = 5 - x$  y la función  $g$  definida como  $g(x) = \frac{4}{x}$  para  $x \neq 0$ .

a) 1 punto

Esboza el recinto limitado por las gráficas de  $f$  y  $g$  indicando sus puntos de corte.

b) 1,5 puntos

Calcula el área de dicho recinto.

### Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) 0,5 puntos

Indica los valores de  $m$  para los que  $A$  es invertible.

b) 2 puntos

Resuelve la ecuación matricial  $XA - B^t = C$  para  $m = 0$ . ( $B^t$  es la matriz traspuesta de  $B$ ).

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sea el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} \lambda x + y + z = \lambda + 2 \\ 2x - \lambda y + z = 2 \\ x - y + \lambda z = \lambda \end{cases}$$

a) 1,75 puntos

Discútelos según los valores de  $\lambda$ . ¿Tiene siempre solución?

b) 0,75 puntos

Resuelve el sistema para  $\lambda = -1$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considera las rectas  $r$  y  $s$  de ecuaciones

$$x - 1 = y = 1 - z \quad \text{y} \quad \begin{cases} x - 2y = -1 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

a) 0,75 puntos

Determina su punto de corte.

b) 1 punto

Halla el ángulo que forman  $r$  y  $s$ .

c) 0,75 puntos

Determina la ecuación del plano que contiene a  $r$  y  $s$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Los puntos  $P(2, 0, 0)$  y  $Q(-1, 12, 4)$  son dos vértices de un triángulo. El tercer vértice  $S$  pertenece a la recta  $r$  de ecuación

$$\begin{cases} 4x + 3z = 33 \\ y = 0 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Calcula las coordenadas del punto  $S$  sabiendo que  $r$  es perpendicular a la recta que pasa por  $P$  y  $S$ .

b) 1 punto

Comprueba si el triángulo es rectángulo.