MURCIA · PAU 2016 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios

Instrucciones del examen

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Considere la siguiente matriz $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha & 0 \\ \cos\alpha & -\operatorname{sen}\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) 1 punto

Calcule el determinante de A.

b) 1,5 puntos

Calcule las potencias sucesivas A^2, A^3, A^4 y A^5. Calcule A^{2016}.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} = 2$, calcule razonadamente los siguientes determinantes:

a) 1 punto

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3x & 2y & z \\ 6 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

b) 1,5 puntos

$$\begin{vmatrix} 2+x & 4+y & 6+z \\ 3x-1 & 3y & 3z-1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Los puntos $P = (1,1,1)$, $Q = (2,2,2)$ y $R = (1,3,3)$ son tres vértices consecutivos del siguiente paralelogramo:

a) 1,25 puntos

Calcule el área del paralelogramo.

b) 1,25 puntos

Determine el cuarto vértice del paralelogramo.

Tu Profe al Rescate

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere el plano π que pasa por el punto $P = (2, 0, 1)$ y tiene como vectores directores los vectores $v = (1, 0, 2)$ y $w = (0, 1, -2)$. Considere la recta r dada por

$$r : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$$

a) 1,25 puntos

Estudie la posición relativa de π y r.

b) 1,25 puntos

Calcule la ecuación de la recta que pasa por el punto $Q = (-1, 0, -2)$, es paralela a π y perpendicular a r.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

Dada la función

$$f(x) = e^{\frac{2x}{1+x^2}}$$

se pide:

a) 1 punto

Estudie las asíntotas de la gráfica de $f(x)$.

b) 1,5 puntos

Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como los extremos relativos de la función.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considere la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(1-x) & \text{si } x < 0 \\ x^2 e^{-x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a) 1,5 puntos

Calcule $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ y $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

b) 1 punto

Determine el valor de a para que la función sea continua en todo $\mathbb{R}$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx$.

b) 1 punto

Determine el valor de $a > 0$ para que $\int_0^a \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx = \frac{1}{4}$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

a) 1,5 puntos

Calcule la siguiente integral indefinida $\int \frac{x^3+x+1}{x^2+1} dx$.

b) 1 punto

Obtenga una primitiva $F(x)$ de la función $f(x) = \frac{x^3+x+1}{x^2+1}$ que cumpla la condición $F(0) = 2$.

Tu Profe al Rescate