

CATALUÑA · PAU 2017 · ORDINARIA

Matemáticas CCSS

12 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

De una función $y = f(x)$ sabemos que su derivada es $f'(x) = x^3 - 4x$.

a) 1 punto

Determine los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función $y = f(x)$.

b) 1 punto

Determine las abscisas de sus extremos relativos y clasifíquelos.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Un taller de joyería dispone de 150 gramos de plata y de 180 horas de trabajo para producir dos modelos de anillos. Para hacer un anillo del modelo A se necesitan 6 gramos de plata y 3 horas de trabajo, mientras que para hacer uno del modelo B se necesitan 2 gramos de plata y 6 horas de trabajo. Los anillos de los modelos A y B proporcionan, respectivamente, 35 y 55 euros de beneficio por unidad. Sabiendo que se venderá toda la producción, determine cuántos anillos de cada modelo hay que producir para obtener el máximo beneficio e indique cuál es este beneficio.

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Desde una barca se dispara una bengala de salvamento marítimo que se apaga al cabo de 4 minutos. En este intervalo de tiempo, se comprueba que la intensidad lumínica de la bengala en función del tiempo, medida en porcentajes del 0% al 100%, queda perfectamente descrita por la expresión $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en la que el tiempo t varía entre 0 y 4 minutos.

a) 1 punto

Calcule para qué valor de t el porcentaje de intensidad lumínica será máximo.

b) 1 punto

Si desde la costa la bengala solo es visible cuando su intensidad lumínica es superior al 75%, ¿cuál es el intervalo de tiempo en el que será visible desde la costa y, por lo tanto, será más factible el salvamento?

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Una empresa ofrece 225 euros por repartir todo un paquete de folletos de propaganda. Roc, Martí y Guiu deciden hacer el trabajo entre los tres: Martí reparte un 20% del total; Guiu reparte 100 folletos más que Roc, y entre Roc y Martí reparten 850.

a) 1 punto

Calcule el número de folletos que ha repartido cada uno de ellos.

b) 1 punto

Una vez terminado el trabajo, deciden dividir las ganancias entre los tres, proporcionalmente a los folletos repartidos. Según este criterio, ¿cuánto dinero cobrará Guiu, cuánto cobrará Roc y cuánto Martí?

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$, en las que m y n son dos números reales.

a) 1 punto

Compruebe que se cumple la igualdad $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$.

b) 1 punto

Determine m y n de manera que las matrices B y C conmuten, es decir, $B \cdot C = C \cdot B$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

En el año 2008 la nómina de un trabajador era de 1.000 euros. En el año 2009, la empresa donde trabajaba decidió rebajarle la nómina un 10%. En el año 2010, con la intención de recuperar la situación económica del trabajador, la empresa decidió incrementarle la nómina un 10%.

a) 0,5 puntos

Calcule la nómina del trabajador una vez aplicada la rebaja del 10% del año 2009.

b) 0,5 puntos

Calcule la nómina del trabajador después de aplicarle el incremento del 10% del año 2010.

c) 1 punto

Si una nómina de 1.000 euros ha sufrido una rebaja de un 10%, ¿qué incremento porcentual se debe aplicar a la nueva nómina para recuperar el sueldo de 1.000 euros?

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Tenemos unas cuantas monedas de un euro distribuidas en tres pilas. Pasamos doce monedas de la tercera pila a la segunda y, a continuación, pasamos diez de la segunda pila a la primera. Una vez hecho esto, las tres pilas tienen la misma cantidad de monedas.

a) 1 punto

¿Con estos datos, podemos determinar la cantidad de monedas que había inicialmente en cada pila? Razone la respuesta.

b) 1 punto

Averigüe la cantidad de monedas que había inicialmente en cada pila si sabemos que en total hay 51 monedas.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Las pérdidas o los beneficios de una empresa vienen dados por la función $f(t) = \frac{3t-6}{t+2}$, en la que $f(t)$ se expresa en centenares de miles de euros, una vez transcurridos t años desde el inicio del 2010.

a) 1 punto

Haga un esbozo de la gráfica de la función $f(t)$ para $t > 0$, calculando los intervalos de crecimiento, los cortes con los ejes y las asíntotas.

b) 0,5 puntos

Al inicio del año 2010, ¿cuántos euros perdía o ganaba la empresa? ¿Qué años tuvo pérdidas la empresa y a partir de qué año dejó de tenerlas?

c) 0,5 puntos

A partir de qué año las ganancias de la empresa fueron mayores o iguales a un centenar de miles de euros? ¿Se pueden superar los tres centenares de miles de euros de beneficios? Razone las respuestas.

Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

Una compañía aérea quiere organizar para este verano un puente aéreo entre el aeropuerto de Barcelona - el Prat y el de Palma de Mallorca, con plazas suficientes de pasaje y carga para transportar como mínimo 1.600 personas y 96 toneladas de equipaje y mercancías. Para hacerlo, tiene a su disposición 11 aviones del tipo A, que pueden transportar 200 personas y 6 toneladas de equipaje y mercancías cada uno, y 8 aviones del tipo B, que pueden transportar 100 personas y 15 toneladas cada uno. Si la contratación de un avión del tipo A cuesta 4.000 euros y la de un avión del tipo B cuesta 1.000:

a) 1 punto

Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región de las posibles opciones que tiene la compañía.

b) 1 punto

Calcule el número de aviones de cada tipo que hay que contratar para que el coste sea el mínimo y determine cuál es este coste mínimo.

Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

El precio en euros de una piedra preciosa es cinco veces el cuadrado de su peso en gramos. Si tenemos una piedra preciosa de 8 gramos y nos planteamos partirla en dos trozos:

a) 1 punto

¿Qué peso debe tener cada uno de los trozos para que el conjunto valga el mínimo posible?

b) 1 punto

¿Cuál es el precio mínimo y el precio máximo que puede valer este conjunto?

Ejercicio 6

OPCIÓN A 2 puntos

Considere la función $f(x) = -x^2 + bx + c$, con b y c números reales.

a) 1 punto

Encuentre b y c de manera que la gráfica de la función pase por el punto $(-1, 0)$ y tenga un extremo local en el punto de abscisa $x = 3$. Razone de qué tipo de extremo relativo se trata.

b) 1 punto

Para el caso $b = 3$ y $c = 2$, encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica que es paralela a la recta $y = 5x - 2$.

Ejercicio 6

OPCIÓN B 2 puntos

Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Calcule el valor del parámetro a para el cual se cumple que $A \cdot B = B \cdot A$.

b) 1 punto

Para el valor $a = 2$, encuentre una matriz X tal que $A \cdot X \cdot A = B$.