



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 2

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Considere la parábola $y = 4 - x^2$ y un valor $a > 0$.

- a) Compruebe que la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la parábola en el punto de abscisa $x = a$ es $y = -2ax + a^2 + 4$ y calcule los puntos de corte de esta recta tangente con los ejes de coordenadas.

[1,25 puntos]

- b)** Calcule el valor de $a > 0$ para que el área del triángulo determinado por esta recta tangente y los ejes de coordenadas sea mínima.
- [1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	a	
	b	
	Total	

2. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro real p :

$$\begin{cases} px + y + z = 2 \\ 2x + py + p^2z = 1 \\ 2x + y + z = 2 \end{cases}$$

- a)** Discuta el sistema para los distintos valores del parámetro p .
[1,5 puntos]

Tu Profite al Rescate

- b)** Resuelva, si es posible, el sistema para el caso $p = 2$.
[1 punto]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considere el punto $P = (-1, 3, 1)$, el plano $\pi: x = y$ y la recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = z-2$.
- a) Encuentre las coordenadas del punto P' simétrico a P respecto del plano π .
[1,25 puntos]

- b)** De todos los planos que contienen la recta r , encuentre la ecuación cartesiana del que es perpendicular al plano π .
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

4. Sea la función $f(x) = \frac{\ln(x)}{x}$ definida en el dominio $x > 0$, donde $\ln$ es el logaritmo neperiano.
- a)** Encuentre las coordenadas de un punto de la curva $y = f(x)$ en el que la recta tangente a la curva sea horizontal y analice si la función tiene un extremo relativo en este punto.
- [1 punto]

- b)** Determine si la función $f(x)$ tiene alguna asíntota horizontal.
- [0,5 puntos]

- c) Calcule el área de la región delimitada por la curva $y=f(x)$ y las rectas $x=1$ y $x=e$. Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función en el dominio $0 < x < 5$, donde quede representada el área que ha calculado.

[1 punto]

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

5. *a)* Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $A^2 X = A - 3I$, donde

I es la matriz identidad.

[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

- b) Una matriz cuadrada M satisface que $M^3 - 3M^2 + 3M - I = 0$, donde I es la matriz identidad. Justifique que M es invertible y exprese la inversa de M en función de las matrices M e I .

[1,25 puntos]

Tu Profite al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	a	
	b	
	Total	

6. Considere la función $f(x) = e^{x-1} - x - 1$.
- a) Estudie su continuidad, sus extremos relativos y sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- [1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

- b)** Demuestre que la ecuación $f(x)=0$ tiene exactamente dos soluciones entre $x=-1$ y $x=3$.

[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a

--



Institut
d'Estudis
Catalans



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 5

Qualificació			TR
Qüestions	1		
	2		
	3		
	4		
	5		
	6		
Suma de notes parcials			
Qualificació final			

Etiqueta de l'alumne/a

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta del corrector/a

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$.

a) Razone que la matriz B es invertible y después calcule B^{-1} .

[1,25 puntos]

b) Calcule la matriz X que satisface la igualdad $A + B \cdot X = C \cdot A$.

[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 1	a	
	b	
	Total	

2. Sean las funciones $f(x) = x^3 - 9x$ y $g(x) = 7x$.
a) Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

- b)** Calcule el área de la región del semiplano $x \geq 0$ comprendida entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 2	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

3. Considere los puntos del espacio tridimensional $A = (1, a, 1)$, $B = (a, 1, 2)$, $C = (1, 1, 1)$ y $D = (0, 0, 0)$, donde a es un parámetro real.
- a)** Determine el valor del parámetro a para el cual los puntos son diferentes y coplanarios (es decir, que existe un plano que los contiene).
- [1,25 puntos]

Tu Profite al Rescate

b) Para el valor $a = 2$, calcule el área del triángulo de vértices A , B y C .

[1,25 puntos]

NOTA: Para calcular el área del triángulo definido por los vectores $\mathbf{v}$ y $\mathbf{w}$, puede usar

la expresión $S = \frac{1}{2} \|\mathbf{v} \times \mathbf{w}\|$, donde $\mathbf{v} \times \mathbf{w}$ es el producto vectorial de los vectores $\mathbf{v}$ y $\mathbf{w}$.

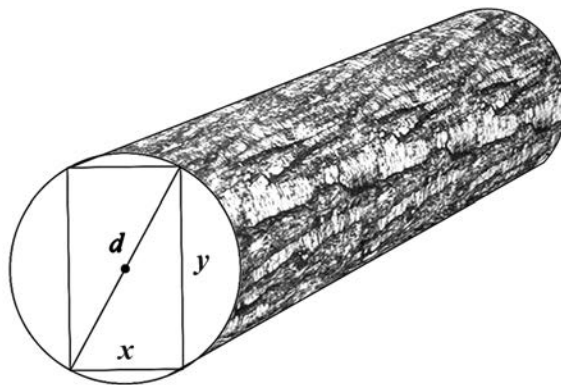
Tu Profite al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 3	a	
	b	
	Total	

4. La resistencia a la rotura R de una viga de sección rectangular de base x y altura y es directamente proporcional al producto xy^2 ; por lo tanto, $R = kxy^2$, donde k es una constante positiva. Se dispone de un tronco de madera en forma de cilindro de diámetro d como el de la figura.

- a) Compruebe que la resistencia R de la viga rectangular de base x que puede construirse con este tronco viene dada por la expresión $R = kx(d^2 - x^2)$.

[1,25 puntos]



- b)** Calcule las dimensiones de la viga rectangular de resistencia máxima que puede construirse a partir de este tronco y calcule esa resistencia máxima.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 4	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

5. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 2y + az = 8 \\ 2x + y - az = 1 \\ 3x - 3az = 1 \end{cases}$$

- a)** Compruebe que, para cualquier valor del parámetro a , el sistema de ecuaciones lineales no tiene solución.

[1,25 puntos]

- b)** Interprete geoméricamente el sistema de ecuaciones lineales. Haga un dibujo esquemático que represente la posición relativa de los tres planos.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 5	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	Total	

6. Resuelva las dos cuestiones siguientes:

a) Sea $f(x) = 2x^3 + mx^2 + nx + p$ una función que tiene dos extremos relativos en $x = -3$ y en $x = 1$ y que pasa por el punto $(3, 4)$. Calcule los valores de m , n y p .

[1,25 puntos]

Tu Profite al Rescate

- b)** Calcule la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ en $x = -3$.
[1,25 puntos]

Tu Profe al Rescate

Espai per al corrector/a		
Qüestió 6	a	
	b	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión.]

Tu Profe al Rescate

--	--

--	--

Etiqueta de l'alumne/a

--



Institut
d'Estudis
Catalans