

ANDALUCÍA · PAU 2010 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 horas. b) Tienes que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B. c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma. d) Contesta de forma razonada y en orden y con letra clara. e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Ejercicio 1

OPCIÓN A 2,5 puntos

Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de tener 2 cm cada uno y los laterales 1 cm . Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Ejercicio 1

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

a) 0,75 puntos

Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica $f(0) = f(4)$, determina los valores de a , b y c .

b) 0,75 puntos

Para $a = -3$, $b = 4$ y $c = 1$ halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2

OPCIÓN A 2,5 puntos

Sea la integral $I = \int \frac{5}{1 + \sqrt{e^{-x}}} dx$.

a) 1 punto

Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.

b) 1,5 puntos

Determina I .

Ejercicio 2

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = x^2 + 4$.

a) 0,75 puntos

Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$.

b) 1,75 puntos

Esboza el recinto limitado por la gráfica de f , el eje de ordenadas y la recta de ecuación $y = 2x + 3$. Calcula su área.

Ejercicio 3

OPCIÓN A 2,5 puntos

a) 1,75 puntos

Discute, según los valores del parámetro λ , el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} -x + \lambda y + z = \lambda \\ \lambda x + 2y + (\lambda + 2)z = 4 \\ x + 3y + 2z = 6 - \lambda \end{cases}$$

b) 0,75 puntos

Resuelve el sistema anterior para $\lambda = 0$.

Ejercicio 3

OPCIÓN B 2,5 puntos

Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación $AXB = C$.

Ejercicio 4

OPCIÓN A 2,5 puntos

Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta r de ecuaciones $\begin{cases} x - 2y + 11 = 0 \\ 2y + z - 19 = 0 \end{cases}$ y contiene a la recta s de ecuaciones $\begin{cases} x = 1 - 5\lambda \\ y = -2 + 3\lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases}$.

Ejercicio 4

OPCIÓN B 2,5 puntos

Considera los planos π_1 , π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad \text{y} \quad x + (1 + a)y + az = a + 1$$

a) 1,5 puntos

¿Cuánto ha de valer a para que no tengan ningún punto en común?

b) 1 punto

Para $a = 0$, determina la posición relativa de los planos.