

CATALUÑA · PAU 2017 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

6 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Considere el plano $\pi : x + y + z = 1$ y la recta r que pasa por los puntos $P = (0, 0, 6)$ y $Q = (1, 2, 3)$. Nota: Puede calcular la distancia de un punto de coordenadas (x_0, y_0, z_0) al plano de ecuación $Ax + By + Cz + D = 0$ con la expresión $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.

a) 1 punto

Estudie la posición relativa de la recta r y el plano π .

b) 1 punto

Calcule la distancia entre la recta r y el plano π .

Ejercicio 2

2 puntos

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$.

a) 1 punto

Compruebe que satisfacen la igualdad $A^2 - \frac{1}{2}A \cdot B = I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

b) 1 punto

Utilizando la igualdad anterior, halle la matriz inversa de $A : A^{-1}$.

Ejercicio 3

2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) 1 punto

Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro real a .

b) 1 punto

Resuelva el sistema para el caso $a = 2$.

Ejercicio 4

2 puntos

De las funciones $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$ y $g'(x)$, conocemos los valores siguientes:

a) 1 punto

De la función $f(x)$ sabemos también que la pendiente de la recta tangente en un punto de abscisa x es $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$. Halle $f(x)$.

b) 1 punto

Calcule $(g \circ f)'(1)$.

Ejercicio 5

2 puntos

En $\mathbb{R}^3$, sean la recta $r : \begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$ y el punto $P = (0, 1, -1)$.

a) 1 punto

Calcule la ecuación general (es decir, la que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano π perpendicular a la recta r y que pasa por el punto P .

b) 1 punto

Calcule el punto simétrico del punto P respecto del plano $x + y + z = -3$.

Ejercicio 6

2 puntos

Sea la función $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$.

a) 1 punto

Calcule una primitiva de la función $f(x)$.

b) 1 punto

Calcule el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de las abscisas entre las abscisas $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{4}$.