

Características de la prueba.

Se elegirán TRES bloques y se hará un problema de cada uno de ellos.

Cada problema se puntuará de 0 a 3,3, según la puntuación máxima de cada apartado.

La suma de las puntuaciones más 0,1 será la calificación de la prueba.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria). Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos o gráficos deben estar debidamente justificados.

Bloque 1. ÁLGEBRA LINEAL.

Problema 1.1. Dadas las matrices cuadradas

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 18 & 48 & 12 \\ 0 & 18 & 12 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{se pide:}$$

- Justificar que la matriz A tiene inversa y obtener razonadamente la matriz inversa A^{-1} , incluyendo en la respuesta todos los pasos que llevan a la obtención de A^{-1} . (1,1 puntos).
- Calcular, razonadamente, el determinante de la matriz $3A^{-1}$, incluyendo en la respuesta todos los pasos realizados. (1,1 puntos).
- Obtener razonadamente los valores reales x, y, z que verifican la ecuación $xI + yA + zA^2 = B$. (1,1 puntos).

Problema 1.2. Dado el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} (\alpha+3)x - 4y - 2z = 4 \\ x - 2y - (\alpha+2)z = 2 \\ 2x + (\alpha-3)y - 2z = 4 \end{cases}, \quad \text{se pide, razonando las respuestas:}$$

- Justificar que para el valor de $\alpha = 0$ el sistema es incompatible. (1,1 puntos).
- Determinar los valores del parámetro α para los que el sistema es compatible y determinado. (1,1 puntos).
- Resolver el sistema para el valor del parámetro α para el cual es compatible indeterminado. (1,1 puntos).

Bloque 2. GEOMETRÍA.

Problema 2.1. Sean A, B y C los puntos de intersección del plano de ecuación $x + 4y - 2z - 4 = 0$ con los tres ejes coordenados OX, OY y OZ, respectivamente. Se pide calcular razonadamente:

- El área del triángulo ABC. (1,1 puntos).
- El perímetro del triángulo ABC. (1,1 puntos).
- Los tres ángulos interiores del triángulo ABC. (1,1 puntos).

Problema 2.2. Dados los puntos $O = (0,0,0)$, $A = (4,4,0)$ y $P = (0,0,12)$, se pide obtener razonadamente:

- La ecuación de la recta que pasa por A y es perpendicular al plano de ecuación $z = 0$. (1 punto).
- La ecuación de un plano que cumpla las dos condiciones siguientes:
 - Pase por P y por un punto Q de la recta de ecuación $x = y = 4$
 - Sea perpendicular a la recta que pasa por O y Q. (2,3 puntos por hallar uno de los dos planos solución).

Bloque 3. ANÁLISIS.

Problema 3.1.

- Determinar, razonadamente, el dominio y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función

$$f(x) = \frac{1}{(3-x)(3+x)}. \quad (1 \text{ punto}).$$

- Obtener razonadamente los valores A y B tales que $\frac{1}{(3-x)(3+x)} = \frac{A}{3-x} + \frac{B}{3+x}$. (1 punto).

- c) Calcular razonadamente el área de la superficie S limitada por la curva $y = \frac{1}{(3-x)(3+x)}$, el eje OX y las rectas de ecuaciones $x = -2$ y $x = 2$. (1,3 puntos).

Problema 3.2. Dada la función real $f(x) = e^x - e^{-x}$, se pide calcular razonadamente:

- a) La función $f(x) + f(-x)$. (1,1 puntos).
 b) La integral $\int_a^x f(x) dx$, donde a es un número real positivo. (1,1 puntos).
 c) El punto de inflexión de $f(x)$. (1,1 puntos).

Bloque 4. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Problema 4.1. Se desea construir una bodega con forma de paralelepípedo de 100 m^3 de volumen de manera que el largo de su base sea $3/4$ de la anchura x de su base. Se sabe que los precios de un metro cuadrado de suelo, de techo y de pared lateral son, respectivamente, 225 €/m^2 , 300 €/m^2 y 256 €/m^2 . Determinar razonadamente:

- a) El valor x de la anchura de la base que minimiza el coste. (2,3 puntos).
 b) Dicho coste mínimo. (1 punto).

Problema 4.2. Un proveedor vende un producto a un comerciante al precio de 300 euros la unidad. El comerciante incrementa la cantidad de 300 euros e un 40% para obtener el precio de venta al público. El comerciante sabe que a ese precio venderá 50 unidades cada mes y que durante el mes de rebajas por cada 3 euros de reducción en el precio de venta de la unidad conseguirá un incremento de ventas de 5 unidades. Se pide determinar, razonadamente, el número de unidades que debe pedir al proveedor para venderlas en el mes de rebajas y el precio de venta de cada unidad, para maximizar sus beneficios durante ese periodo. (2 puntos por obtener el número de unidades y 1,3 puntos por el precio de venta).