

CATALUÑA · PAU 2018 · EXTRAORDINARIA

# Matemáticas II

6 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Cada cuestión vale 2 puntos. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

### Ejercicio 1

2 puntos

Considere la función polinómica  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx + c$ .

a) 1 punto

Calcule los valores de los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ , sabiendo que la función tiene un extremo relativo en el punto de abscisa  $x = 1$  y que la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x = 0$  es la recta  $y = x + 3$ .

b) 1 punto

Para los valores  $a = 2$ ,  $b = 1$  y  $c = 3$ , calcule las abscisas de los extremos relativos de la función y clasifíquelos.

### Ejercicio 2

2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones lineales siguiente, que depende del parámetro real  $a$ :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) 1 punto

Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro  $a$ .

b) 1 punto

Resuelva el sistema para el caso  $a = 1$ .

### Ejercicio 3

2 puntos

Considere el plano que tiene como vectores directores  $u = (-1, 3, 2)$  y  $v = (2, 1, 0)$  y que pasa por el punto  $A = (1, 0, 3)$ .

a) 1 punto

Calcule la ecuación de la recta que es perpendicular al plano y pasa por el punto  $A$ .

b) 1 punto

Calcule la distancia del punto  $P = (1, 5, 0)$  al plano.

## Ejercicio 4

2 puntos

Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ , en la que  $\alpha$  es un parámetro real.

a) 1 punto

¿Hay algún valor de  $\alpha \in \mathbb{R}$  tal que  $A$  no tenga inversa para este valor?

b) 1 punto

Calcule la matriz inversa de  $A^2$  para  $\alpha = 0$ .

## Ejercicio 5

2 puntos

Considere los puntos del espacio tridimensional  $A = (1, 1, 0)$ ,  $B = (3, 5, 0)$  y  $C = (1, 0, 0)$  y la recta  $r : x = y - 1 = \frac{z}{2}$ .

a) 1 punto

Encuentre el punto de intersección de la recta  $r$  con el plano que pasa por los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

b) 1 punto

Encuentre los puntos  $P$  de la recta  $r$  para los cuales el tetraedro de vértices  $P$ ,  $A$ ,  $B$  y  $C$  tiene un volumen de  $2u^3$ .

## Ejercicio 6

2 puntos

Sean las funciones  $f(x) = x^2 - 1$  y  $g(x) = 3 - x^2$ .

a) 1 punto

Haga un esbozo de las gráficas de las parábolas  $y = f(x)$  y  $y = g(x)$  en un mismo sistema de ejes cartesianos y encuentre los puntos de corte con el eje de las abscisas, los vértices y los puntos de corte entre las dos gráficas.

b) 1 punto

Calcule el área de la región del semiplano  $y \geq 0$  comprendida entre las gráficas de  $f(x)$  y  $g(x)$ .