

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Una inmobiliaria ha vendido un total de 65 plazas de garaje entre urbanizaciones diferentes. Las ganancias por la venta de una plaza de garaje en la urbanización A son de 2.000 euros, 4.000 euros por una en la urbanización B y 6.000 por una en la urbanización C. Se sabe que se han vendido un 50% más de plazas en la urbanización A que en la urbanización C. Calcula el número de plazas de garaje vendidas en cada urbanización sabiendo que el beneficio por las ventas en la urbanización C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las ventas en las urbanizaciones A y B.

Solución:

Utilizamos como incógnitas,

$x = n^{\circ}$ de plazas de garaje vendidas en la urb. A

$y = n^{\circ}$ de plazas de garaje vendidas en la urb. B

$z = n^{\circ}$ de plazas de garaje vendidas en la urb. C

De las frases del problema obtenemos las ecuaciones,

“ha vendido un total de 65 plazas”, $x + y + z = 65$

“se han vendido un 50% más de plazas en la urbanización A que en la urbanización C”, $x = 1,5 z$; $x - 1,5 z = 0$

“el beneficio por las ventas en la urbanización C es igual a la suma de los beneficios obtenidos por las ventas en las urbanizaciones A y B”, $6000 z = 2000 x + 4000 y$; $6 z = 2 x + 4 y$; $3 z = x + 2 y$; $x + 2 y - 3 z = 0$

El sistema a resolver será,

$$\begin{cases} x + y + z = 65 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ x - 1,5z = 0 \end{cases}$$

como $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & -1,5 \end{vmatrix} = -3 - 3 - 2 + 1,5 = -6,5 \neq 0$

el sistema tiene solución

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 65 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1,5 \end{vmatrix}}{-6,5} = \frac{-3 \cdot 65}{-6,5} = 30$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 65 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ 1 & 0 & -1,5 \end{vmatrix}}{-6,5} = \frac{-65 \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -1,5 \end{vmatrix}}{-6,5} = \frac{-65(-1,5 + 3)}{-6,5} = \frac{-65 \cdot 1,5}{-6,5} = 15$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 65 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{-6,5} = \frac{-65 \cdot 2}{-6,5} = 20$$

Solución: ha vendido 30 plazas de garaje en la urbanización A, 15 en la B y 20 en la C.

EJERCICIO A

PROBLEMA 2.

a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones del sistema de inecuaciones:

$$\begin{cases} 3x + 2y \geq 0 \\ x - 2y \geq -1 \\ 5x + 4y \leq 16 \\ x - y \leq 5 \end{cases}$$

b) Determina los vértices de la región obtenida en el apartado anterior.

c) Calcula el punto donde alcanza el mínimo la función $f(x,y) = 3x - y$ en dicha región. Determina dicho valor mínimo.

Solución:

a) Cálculos para representar las restricciones

$$3x + 2y \geq 5$$

$$x - 2y \geq -1$$

$$5x + 4y \leq 16$$

$$x - y \leq 5$$

$$(1) \quad 3x + 2y = 5$$

$$(2) \quad x - 2y = -1$$

$$(3) \quad 5x + 4y = 16$$

$$(4) \quad x - y = 5$$

x	y
0	$\frac{5}{2}$
$\frac{5}{3}$	0

x	y
-1	0
0	$\frac{1}{2}$

x	y
0	4
$\frac{16}{5}$	0

x	y
0	-5
5	0

¿(0,0) cumple?

¿(0,0) cumple?

¿(0,0) cumple?

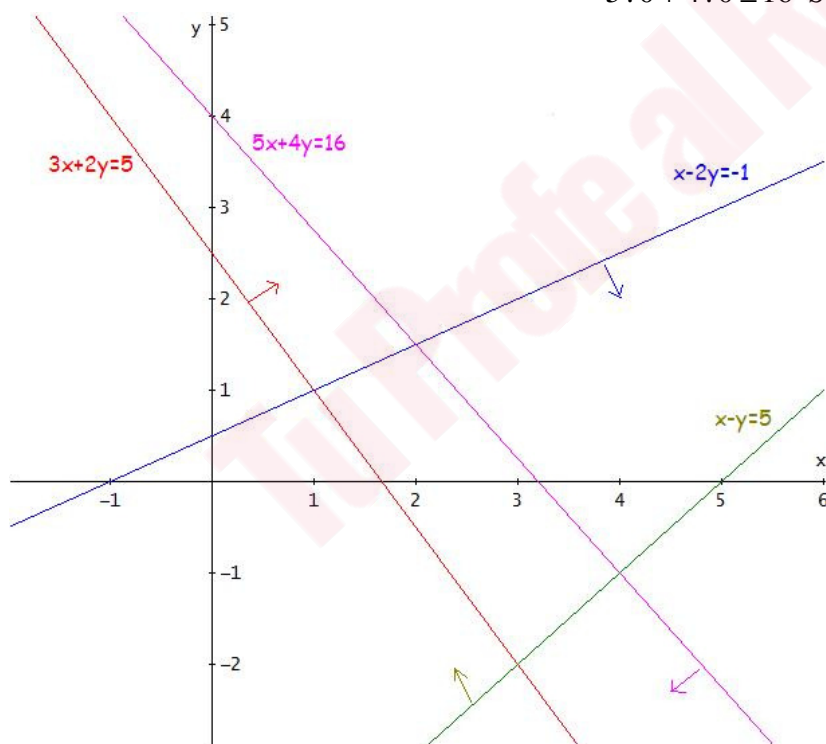
¿(0,0) cumple?

$$3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 \geq 5 \quad \text{No}$$

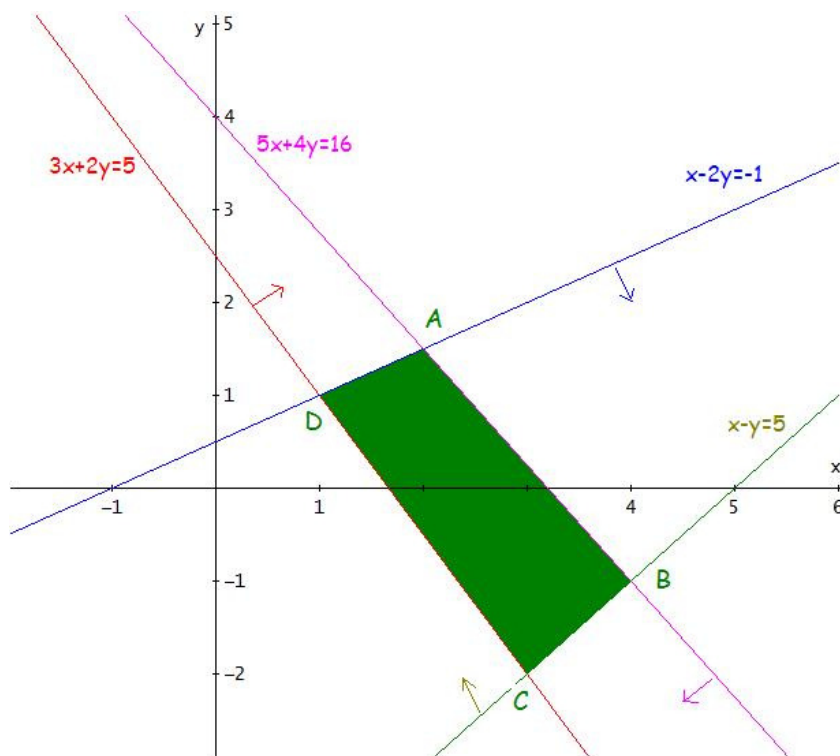
$$0 - 2 \cdot 0 \geq -1 \quad \text{Sí}$$

$$5 \cdot 0 + 4 \cdot 0 \leq 16 \quad \text{Sí}$$

$$0 - 0 \leq 5 \quad \text{Sí}$$



Por lo tanto el conjunto de soluciones del sistema son los puntos de la siguiente región coloreada:



b) Los vértices de la región obtenida en el apartado anterior los obtendremos calculando los siguientes puntos de corte,

$$A, (3) \cap (2)$$

$$(3) \begin{cases} 5x + 4y = 16 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$1^a \begin{cases} 5x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$2^a.2 \begin{cases} 2x - 4y = -2 \end{cases}$$

sumando,

$$7x = 14$$

$$x = 2$$

sustituyendo en 2^a ,

$$2 - 2y = -1$$

$$-2y = -1 - 2$$

$$-2y = -3$$

$$y = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \rightarrow A\left(2, \frac{3}{2}\right)$$

$$C, (1) \cap (4)$$

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x - y = 5 \end{cases}$$

$$1^a \begin{cases} 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$2^a.2 \begin{cases} 2x - 2y = 10 \end{cases}$$

sumando,

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

sustituyendo en 2^a ,

$$3 - y = 5$$

$$-y = 5 - 3$$

$$-y = 2$$

$$y = -2 \rightarrow C(3, -2)$$

$$B, (4) \cap (3)$$

$$(4) \begin{cases} x - y = 5 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 5x + 4y = 16 \end{cases}$$

$$1^a.4 \begin{cases} 4x - 4y = 20 \end{cases}$$

$$2^a \begin{cases} 5x + 4y = 16 \end{cases}$$

sumando,

$$9x = 36$$

$$x = 4$$

sustituyendo en 1^a ,

$$4 - y = 5$$

$$-y = 5 - 4$$

$$-y = 1 \rightarrow y = -1 \rightarrow B(4, -1)$$

$$D, (1) \cap (2)$$

$$(1) \begin{cases} 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x - 2y = -1 \end{cases}$$

sumando,

$$4x = 4$$

$$x = 1$$

sustituyendo en 2^a ,

$$1 - 2y = -1$$

$$-2y = -1 - 1$$

$$-2y = -2 \rightarrow y = 1 \rightarrow D(1, 1)$$

Los vértices pedidos son los puntos

$$A(2, \frac{3}{2}), B(4, -1), C(3, -2) \text{ y } D(1, 1)$$

c) Sabemos que la función $f(x,y)$ alcanzará el mínimo en alguno de los extremos de la región.

(x, y)	$f(x, y) = 3x - y$
$(2, \frac{3}{2})$	$3 \cdot 2 - \frac{3}{2} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{12-3}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$
$(4, -1)$	$3 \cdot 4 - (-1) = 12 + 1 = 13$
$(3, -2)$	$3 \cdot 3 - (-2) = 9 + 2 = 11$
$(1, 1)$	$3 \cdot 1 - 1 = 3 - 1 = 2$ <i>mínimo</i>

Luego $f(x,y)$ alcanza el mínimo en el punto $(1, 1)$ y este mínimo vale 2.

EJERCICIO A

PROBLEMA 3.

- a) Calcula los máximos y mínimos absolutos de la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ en el intervalo $[1, 4]$. Justifica que los puntos encontrados son máximos o mínimos absolutos.
- b) Estudia la continuidad en el intervalo $[0, 4]$ de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & 0 \leq x < 1 \\ x^3 - 6x^2 + 9x + 1 & 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Solución:

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

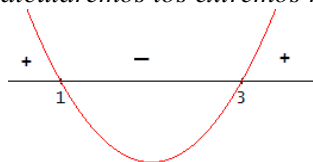
Calculemos, previamente, los extremos relativos de esta función polinómica.

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+2}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{4-2}{2} = 1 \end{cases}$$

Estudiando el signo de f' calcularemos los extremos relativos de f . Lo haremos gráficamente

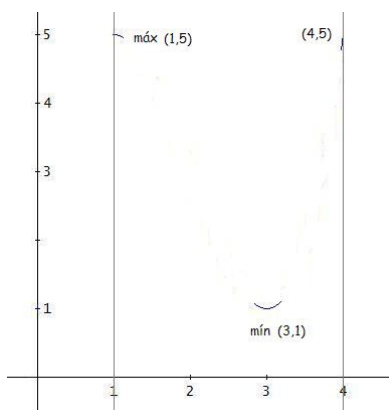


Por lo que $f(x)$ tiene un máximo relativo en $x = 1$ y un mínimo relativo en $x = 3$.

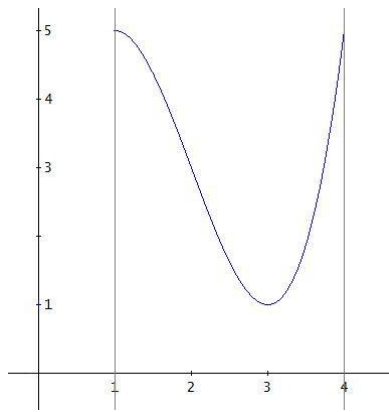
Para encontrar los máximos y mínimos absolutos de $f(x)$ en $[1, 4]$ representaremos, de forma aproximada, $f(x)$ en este intervalo.

x	$f(x)$
1	$1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 1 = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$ máx. rel.
3	$3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 1 = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$ mín. rel.
4	$4^3 - 6 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 + 1 = 64 - 96 + 36 + 1 = 5$

Representando los datos de que disponemos:



La función $f(x)$ en $[1,4]$ será:



Por lo tanto la función $f(x)$ en el intervalo $[1, 4]$ tiene:

un mínimo absoluto en el punto $(3, 1)$ y
dos máximos absolutos en los puntos $(1, 5)$ y $(4, 5)$

b) La función de la que debemos estudiar su continuidad está definida “a trozos” por lo que estudiaremos su continuidad en cada trozo y en los puntos de cambio de definición.

Para $0 \leq x < 1$, $f(x) = 2x + 3$, es un polinomio luego es continua

Para $1 < x \leq 4$, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$, es un polinomio luego es continua

Para $x = 1$, en $x = 1$ hay un cambio de definición, procedemos como sigue,

a) $f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 1 = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$

b)
$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + 3) = 2 \cdot 1 + 3 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^3 - 6x^2 + 9x + 1) = 5 \end{array} \right\} = 5$$

c) Función y límite coinciden

En consecuencia $f(x)$ es continua en $x = 1$.

Luego hemos obtenido que $f(x)$ es continua en el intervalo $[1, 4]$

EJERCICIO A

PROBLEMA 4. Dados los sucesos A y B, sabemos que $p(A \cap B) = 0,1$, $p(A \cup B) = 0,7$ y $p(A/B) = 0,2$

- Calcula $p(A)$ y $p(B)$
- ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Por qué?
- Calcula $p(\overline{A} \cup B)$, donde $\overline{A}$ representa el suceso complementario de A.

Solución:

a) Para encontrar los valores de $p(A)$ y $p(B)$ planteamos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \end{cases}$$

Sustituyendo los datos conocidos

$$\begin{cases} 0,7 = p(A) + p(B) - 0,1 \\ 0,2 = \frac{0,1}{p(B)} \end{cases}$$

de 2ª ecuación $\rightarrow p(B) = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$

sustituyendo en 1ª, $0,7 = p(A) + 0,5 - 0,1$; $0,7 = p(A) + 0,4$; $p(A) = 0,7 - 0,4 = 0,3$

Por lo tanto, $p(A) = 0,3$ y $p(B) = 0,5$

b) A y B son independientes cuando $p(A \cap B) = p(A) p(B)$

Comprobación, ¿ $0,1 = 0,3 \cdot 0,5$?

¿ $0,1 = 0,15$? No.

Por lo que A y B no son sucesos independientes.

c)

$$p(\overline{A} \cup B) = p(\overline{A}) + p(B) - p(\overline{A} \cap B)$$

$$p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$p(B) = 0,5$$

Veamos el proceso para calcular $p(\overline{A} \cap B)$

Llamaremos E al suceso seguro, se cumple que

$$B = E \cap B = (A \cup \overline{A}) \cap B = (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$$

$$\text{Como } (A \cap B) \cap (\overline{A} \cap B) = A \cap \overline{A} \cap B = \emptyset$$

$$p(B) = p((A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) - p((A \cap B) \cap (\overline{A} \cap B)) =$$

$$= p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B) - p(\emptyset) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$$

$$\text{luego } p(\overline{A} \cap B) = p(B) - p(A \cap B) = 0,5 - 0,1 = 0,4$$

Finalmente,

$$p(\overline{A} \cup B) = p(\overline{A}) + p(B) - p(\overline{A} \cap B) = 0,7 + 0,5 - 0,4 = 0,8$$

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Determina la matriz X que verifica $A X + I = A B^t$, siendo I la matriz identidad, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y B^t la traspuesta de la matriz B .

Solución:

$$A X + I = A B^t$$

$A X = A B^t - I$, si existe A^{-1} podremos despejar X como sigue:

$$X = A^{-1} (A B^t - I) = A^{-1} A B^t - A^{-1} I = B^t - A^{-1}$$

$$\text{Como } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow B^t = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Cálculo de A^{-1}

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 + 1 = 2 \neq 0 \rightarrow \exists A^{-1}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\alpha_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{A_{ji}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{luego } A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Entonces,

$$X = B^t - A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

EJERCICIO B

PROBLEMA 2. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$, determina:

- Dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.
- Ecuación de sus asíntotas.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos relativos.
- Utiliza la información anterior para representarla gráficamente.

Solución:

a) *Dominio de la función,*

$$4 - x^2 = 0; \quad 4 = x^2; \quad x = \pm 2$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

Puntos de corte con los ejes coordenados: (0,0)

$$x = 0 \rightarrow y = \frac{0}{4-0} = 0 \rightarrow (0,0)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = \frac{x^2}{4-x^2} \rightarrow 0 = x^2 \rightarrow x = 0 \rightarrow (0,0)$$

b) *Asíntotas.*

Asíntotas verticales

Veamos si $x = 2$ es una asíntota vertical,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{2^2}{4-2^2} = \frac{4}{4-4} = \frac{4}{0} = \infty \quad \text{luego } x = 2 \text{ es A.V.}$$

Para situar la curva respecto de la asíntota estudiemos los límites laterales

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{1,9^2}{4-1,9^2} \infty = \frac{+}{+} \infty = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{2,1^2}{4-2,1^2} \infty = \frac{+}{-} \infty = -\infty$$

Veamos si $x = -2$ es una asíntota vertical,

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{(-2)^2}{4-(-2)^2} = \frac{4}{4-4} = \frac{4}{0} = \infty \quad \text{luego } x = -2 \text{ es A.V.}$$

Para situar la curva respecto de la asíntota estudiemos los límites laterales

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{(-2,1)^2}{4-(-2,1)^2} \infty = \frac{+}{-} \infty = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2}{4-x^2} = \frac{(-1,9)^2}{4-(-1,9)^2} \infty = \frac{+}{+} \infty = +\infty$$

Asíntota horizontal

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{4-x^2} = \left(\frac{+\infty}{-\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-1) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{4-x^2} = \left(\frac{+\infty}{-\infty} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-1) = -1$$

Luego $y = -1$ es la A.H.

Asíntota oblicua

$\text{grd}(\text{num}) - \text{grd}(\text{den}) = 2 - 2 = 0$, luego no hay asíntota oblicua

c) Intervalos de crecimiento y decrecimiento. Debemos estudiar el signo de la primera derivada.

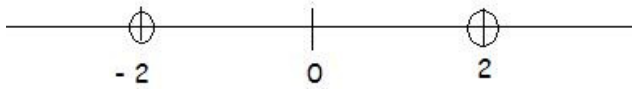
$$f'(x) = \frac{2x(4-x^2) - x^2(-2x)}{(4-x^2)^2} = \frac{8x - 2x^3 + 2x^3}{(4-x^2)^2} = \frac{8x}{(4-x^2)^2}$$

Obtenemos las raíces del numerador y del denominador,

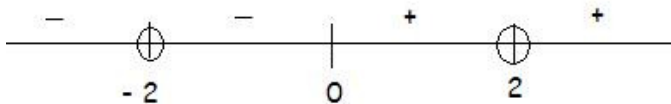
$$8x = 0; \quad x = 0$$

$$(4-x^2)^2 = 0; \quad 4-x^2 = 0; \quad 4 = x^2; \quad x = \pm 2$$

Representamos las raíces obtenidas, junto con los valores que no son del dominio de la función, en la recta real.



La primera derivada es un cociente cuyo denominador es un polinomio al cuadrado, por lo que el denominador es positivo; es decir, el signo de la derivada depende del signo del numerador. Entonces tenemos:



Luego $f(x)$ es creciente en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$

d) Máximos y mínimos relativos.

De lo obtenido en el apartado anterior se deduce que $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $x = 0$; teniendo en cuenta los puntos obtenidos en el apartado a): $f(x)$ tiene un mínimo relativo en $(0, 0)$

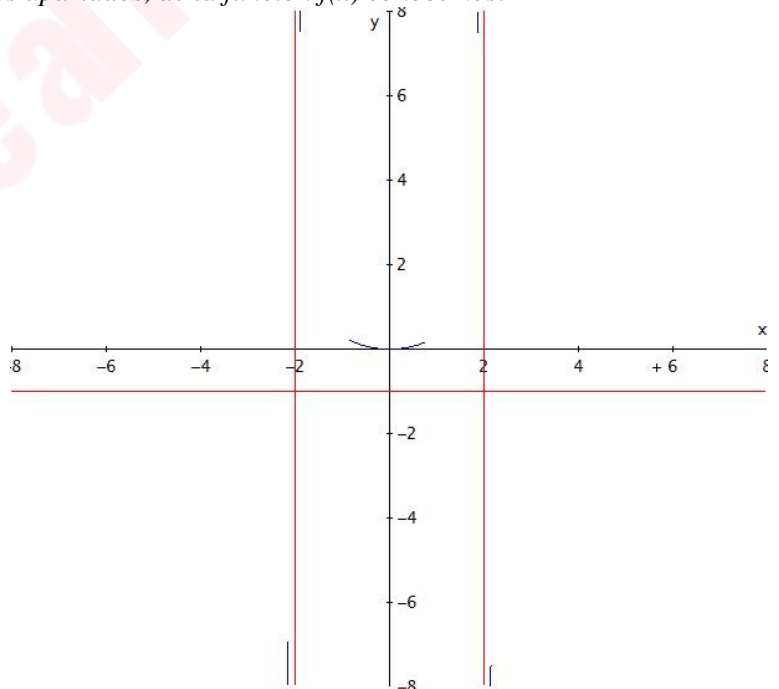
e) Reuniendo la información obtenida en los anteriores apartados, de la función $f(x)$ conocemos:

Marcamos:

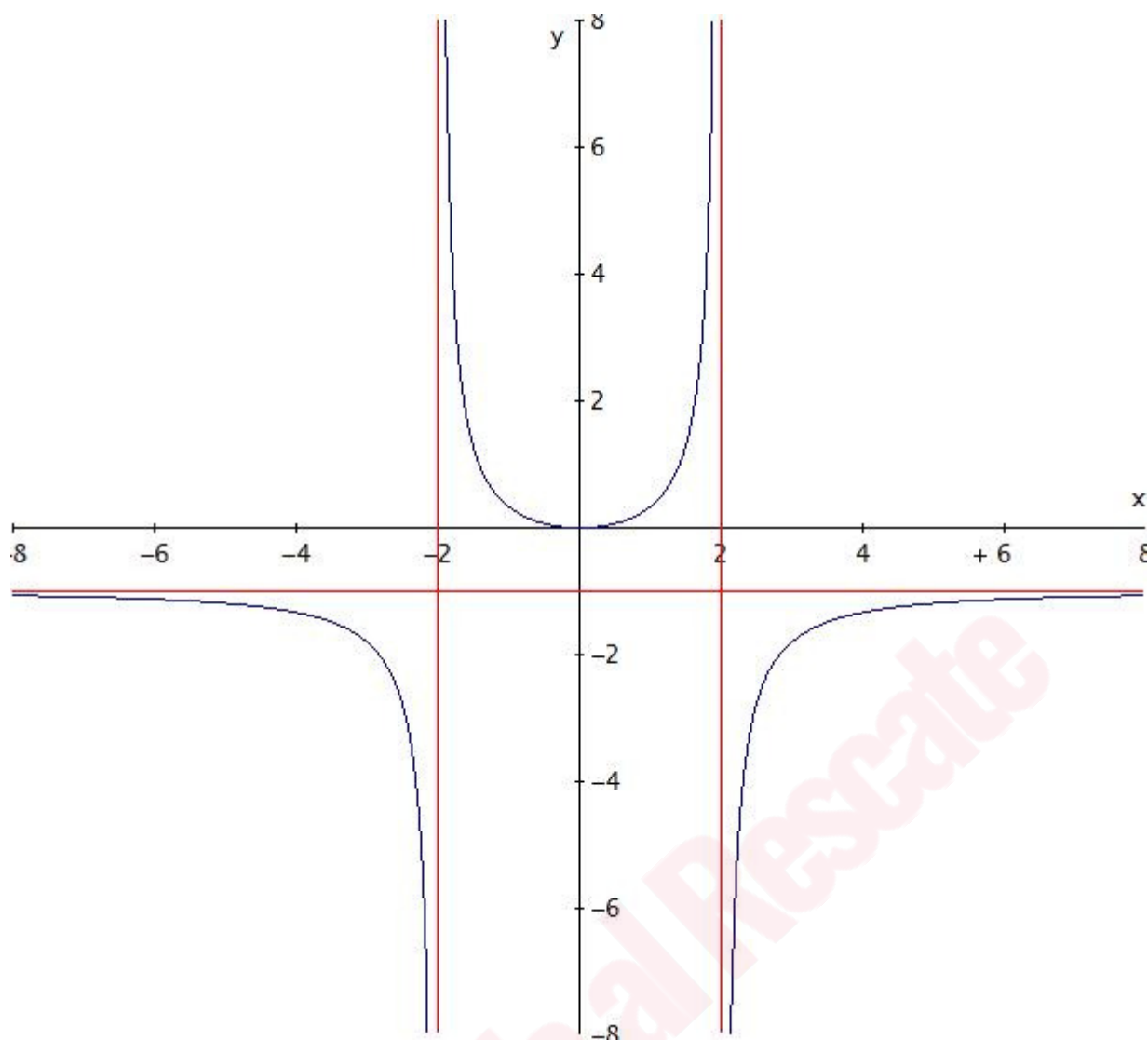
El punto de corte $(0, 0)$

El mínimo relativo $(0, 0)$

La posición de la curva respecto de las asíntotas verticales



Y la representación gráfica de la función será:



EJERCICIO B

PROBLEMA 3. El coste de fabricación en euros de x unidades de un artículo viene dado por la función $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 20$

- a) ¿Cuál es la función que determina el coste de fabricación unitario?
 b) ¿Para qué producción resulta mínimo el coste unitario? ¿Cuánto vale éste? Justifica que es mínimo.

Solución:

a) La función que determina el coste de fabricación unitario es

$$u(x) = \frac{x - 2\sqrt{x} + 20}{x} \quad x = 1, 2, 3, 4, \dots$$

b) Buscamos los mínimos relativos de la función $u(x)$ y después obtendremos el mínimo absoluto.

Calculemos $u'(x)$

$$\begin{aligned} u'(x) &= \frac{\left(1 - \frac{2}{2\sqrt{x}}\right)x - (x - 2\sqrt{x} + 20)1}{x^2} = \frac{x - \frac{x}{\sqrt{x}} - x + 2\sqrt{x} - 20}{x^2} = \frac{-\frac{x}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} - 20}{x^2} = \frac{-\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} - 20}{x^2} = \\ &= \frac{-\frac{x\sqrt{x}}{x} + 2\sqrt{x} - 20}{x^2} = \frac{-\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 20}{x^2} = \frac{\sqrt{x} - 20}{x^2} \end{aligned}$$

Estudiemos el signo de $u'(x)$; como u' es un cociente calculamos las raíces del numerador y denominador,

$$\sqrt{x} - 20 = 0 \rightarrow \sqrt{x} = 20 \rightarrow (\sqrt{x})^2 = 20^2 \rightarrow x = 400$$

$$x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

$x = 0$ no es del dominio de la función $u(x)$.

Representamos en la recta los valores obtenidos



x	$u'(x)$
100	$\frac{\sqrt{100} - 20}{100^2} = \frac{10 - 20}{100^2} = -$
625	$\frac{\sqrt{625} - 20}{625^2} = \frac{25 - 20}{625^2} = +$

Por lo tanto en $x = 400$ hay un mínimo relativo.

Para comprobar que este mínimo relativo es absoluto veamos los valores de la función $u(x)$ en $x = 1$ y $x = 400$

x	$u(x)$
1	$\frac{1 - 2\sqrt{1} + 20}{1} = \frac{21 - 2}{1} = 19$
400	$\frac{400 - 2\sqrt{400} + 20}{400} = \frac{420 - 40}{400} = \frac{380}{400} = 0.95$

Luego queda probado que el mínimo relativo es absoluto de la función $u(x)$.

En resumen: el coste unitario resulta mínimo para una producción de 400 unidades y este coste unitario es de 0.95 €

EJERCICIO B

PROBLEMA 4. La El 60% de los alumnos de cierta asignatura aprueba en junio. El 80% de los presentado en septiembre también aprueba la asignatura. Sabiendo que los alumnos que se presentaron en septiembre son todos los que no aprobaron en junio, determina:

- La probabilidad de que un alumno seleccionado al azar haya aprobado la asignatura.
- Si sabemos que un estudiante ha aprobado la asignatura, la probabilidad de que haya sido en junio.

Solución:

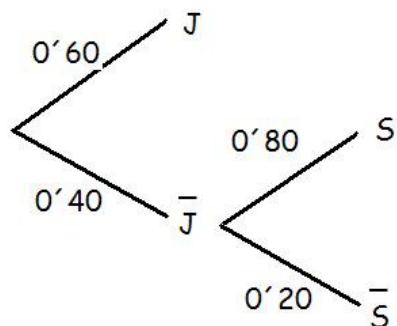
Consideramos los siguientes sucesos:

J = aprobar en junio

S = aprobar en septiembre

A = aprobar

Los datos del enunciado podemos resumirlos en el siguiente árbol,



- a) Aprueban la asignatura los que aprueban en junio o septiembre, por lo tanto

$$p(A) = 0'60 + 0'40 \cdot 0'80 = 0'60 + 0'32 = 0'92$$

- b)

$$p\left(\frac{J}{A}\right) = \frac{p(J \cap A)}{p(A)} = \frac{0'60}{0'92} = 0'65$$