Resolução

Exercícios sobre Domínio e Imagem

Exercício 1:
Dada a função $f(x) = \sqrt{x-3}$, determine o domínio e a imagem da função.

Exercício 2:
Considere a função $g(x) = \frac{2x+1}{x-4}$. Determine o domínio e a imagem de $g(x)$.

Exercícios sobre Funções Lineares

Exercício 3:
Encontre a raiz da função linear $f(x) = 5x - 15$. Desenhe o gráfico da função e identifique o ponto de interseção com os eixos x e y.

Exercício 4:
Uma empresa vende um produto por R$ 50,00 cada. Se o custo de produção é de R$ 30,00 por unidade mais um custo fixo de R$ 500,00, escreva a função lucro $L(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos. Determine o ponto de equilíbrio (quantidade que deve ser vendida para que o lucro seja zero).

Exercício 5:
Considere a função linear $f(x) = -2x + 4$. Calcule a inclinação da reta e descreva se a função é crescente ou decrescente. Determine o valor de x quando $f(x) = 0$.

Exercício 6:
Um estacionamento cobra uma taxa fixa de R$ 5,00 mais R$ 3,00 por hora estacionada. Escreva a função que descreve o custo $C(t)$ em função do tempo t (em horas). Qual será o custo para 6 horas de estacionamento? Qual é o tempo máximo de estacionamento permitido se o cliente só tem R$ 20,00?

Exercício 7:
Seja a função $f(x) = 3x + k$, onde k é uma constante. Determine k de modo que a função passe pelo ponto $(2, 7)$.

Exercícios sobre Funções Quadráticas

Exercício 8:
Encontre as raízes da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 8$ usando a fórmula de Bhaskara. Determine o vértice da parábola e descreva se o vértice é um ponto de máximo ou mínimo.

Exercício 9:
Um atleta lança uma bola para cima e a altura $h(t)$, em metros, da bola em função do tempo t, em segundos, é dada por $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t + 2$. Qual é a altura máxima que a bola atinge e em que momento isso ocorre? Em que momento a bola atinge o solo?

Exercício 10:
Considere a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Determine o domínio e a imagem da função. Em seguida, calcule as raízes e o vértice.

Exercício 11:
A receita $R(x)$, em reais, de uma empresa é modelada pela função quadrática $R(x) = -5x^2 + 200x$, onde x é o número de unidades vendidas. Qual é o número de unidades que maximiza a receita? Qual é a receita máxima?

Exercício 12:
Para construir uma cerca ao redor de um campo retangular, a quantidade de material necessário é dada pela função $M(x) = 4x + 4$, onde x é a largura do campo. Determine a largura x e o comprimento y do campo para que a área $A = xy$ seja máxima se a função da área for $A(x) = x(100 - 2x)$.

Exercício 13:
Encontre os valores de a, b, e c na função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ se a parábola passa pelos pontos $(1, 2)$, $(2, 5)$, e $(3, 10)$.

Exercícios sobre Funções Exponenciais

Exercício 14:
Considere a função exponencial $f(x) = 3 \cdot 2^x$. Encontre o valor de x para o qual $f(x) = 24$ usando logaritmos.

Exercício 15:
Um cientista observa que a população de uma bactéria triplica a cada hora. Se a população inicial é de 1000 bactérias, escreva uma função exponencial

que modele o crescimento da população ao longo do tempo. Determine a população após 5 horas.

Exercício 16:

Um capital de R$ 10.000,00 é investido a uma taxa de juros compostos de 8% ao ano. Escreva a função que descreve o valor do capital $C(t)$ após t anos. Qual será o valor do capital após 10 anos?

Exercício 17:

Uma substância radioativa tem uma meia-vida de 3 anos. Se a quantidade inicial da substância é de 80 gramas, escreva uma função exponencial que modele a quantidade $Q(t)$ restante após t anos. Determine a quantidade restante após 9 anos.

Exercício 18:

Uma doença está se espalhando em uma comunidade e o número de casos $N(t)$ cresce exponencialmente, de acordo com a função $N(t) = 200 \cdot e^{0,5t}$, onde t é o tempo em dias. Quantos dias levará para que o número de casos atinja 2000? Use logaritmos para resolver.

Exercícios de Interpretação de Texto

Exercício 19:

Uma fábrica produz uma quantidade x de widgets por dia. O custo diário para produzir x widgets é dado por $C(x) = 50x + 3000$, enquanto a receita diária é dada por $R(x) = 70x$. Determine o número de widgets que a fábrica deve produzir e vender por dia para maximizar o lucro. Qual é o valor máximo desse lucro?

Exercício 20:

Um biólogo está estudando a população de um certo peixe em um lago. Ele descobre que a população $P(t)$ do peixe pode ser modelada pela função $P(t) = 5000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/3}$, onde t é o tempo em anos. Com base nessa função, quanto tempo levará para a população do peixe reduzir para 625? Use logaritmos para resolver.

Domínio e Imagem

Exercício 1:

- **Domínio:** $x \geq 3$

- **Imagem:** $f(x) \geq 0$

Exercício 2:

- **Domínio:** $x \in \mathbb{R} \setminus \{4\}$
- **Imagem:** $g(x) \in \mathbb{R}$

Resolução Completa do Exercício 1:

Enunciado:

Dada a função $f(x) = \sqrt{x-3}$, determine o domínio e a imagem da função.

Resolução:

- **Domínio:**
  Para que a raiz quadrada seja definida e real, o valor dentro do radicando $x-3$ deve ser maior ou igual a zero:
  $$x - 3 \geq 0 \implies x \geq 3$$
  Portanto, o domínio é $x \in [3, \infty)$.
- **Imagem:**
  A função $f(x)$ começa em $f(3) = \sqrt{3-3} = \sqrt{0} = 0$. Conforme x aumenta, $f(x)$ também aumenta indefinidamente. Assim, a imagem é $f(x) \in [0, \infty)$.

Funções Lineares

Exercício 3:

- **Raiz:** $x = 3$
- **Interseção com o eixo y:** $(0, -15)$
- **Interseção com o eixo x:** $(3, 0)$

Exercício 4:

- **Lucro:** $L(x) = 20x - 500$

- **Ponto de Equilíbrio:** $x = 25$

Exercício 5:

- **Inclinação:** $a = -2$ (função decrescente)
- **Raiz:** $x = 2$

Exercício 6:

- **Função do Custo:** $C(t) = 3t + 5$
- **Custo para 6 horas:** R$ 23,00
- **Tempo Máximo com R$ 20,00:** $t = 5$ horas

Exercício 7:

- **Valor de k:** $k = 1$ (função: $f(x) = 3x + 1$)

Resolução Completa do Exercício 4:

Enunciado:

Uma empresa vende um produto por R$ 50,00 cada. Se o custo de produção é de R$ 30,00 por unidade mais um custo fixo de R$ 500,00, escreva a função lucro $L(x)$ em função da quantidade x de produtos vendidos. Determine o ponto de equilíbrio (quantidade que deve ser vendida para que o lucro seja zero).

Resolução:

- **Receita $R(x)$:**
$$R(x) = 50x$$
A receita é o valor total ganho com a venda de x unidades.
- **Custo $C(x)$:**
$$C(x) = 30x + 500$$
O custo total inclui o custo variável por unidade e o custo fixo.
- **Lucro $L(x)$:**
$$L(x) = R(x) - C(x) = 50x - (30x + 500) = 20x - 500$$

- **Ponto de Equilíbrio:**

$$L(x) = 0 \implies 20x - 500 = 0 \implies 20x = 500 \implies x = 25$$

O ponto de equilíbrio ocorre quando a empresa vende 25 unidades, cobrindo os custos e começando a lucrar.

Funções Quadráticas

Exercício 8:

- **Raízes:** $x_1 = 4$, $x_2 = 2$
- **Vértice:** $(3, -1)$ (mínimo)

Exercício 9:

- **Altura Máxima:** 13,025 metros
- **Tempo para Altura Máxima:** 1,5 segundos
- **Tempo para Atingir o Solo:** 3,13 segundos

Exercício 10:

- **Domínio:** $x \in \mathbb{R}$
- **Imagem:** $f(x) \geq -2$
- **Raízes:** $x_1 = 1$, $x_2 = 3$
- **Vértice:** $(2, -2)$

Exercício 11:

- **Quantidade que Maximiza a Receita:** $x = 20$ unidades
- **Receita Máxima:** R$ 2000,00

Exercício 12:

- **Largura x:** 25 metros

- **Comprimento y:** 50 metros
- **Área Máxima:** 1250 metros quadrados

Exercício 13:

- **Valores de a, b, e c:** $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$
- **Função Quadrática:** $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Resolução Completa do Exercício 9:

Enunciado:

Um atleta lança uma bola para cima e a altura $h(t)$, em metros, da bola em função do tempo t, em segundos, é dada por $h(t) = -4,9t^2 + 14,7t + 2$. Qual é a altura máxima que a bola atinge e em que momento isso ocorre? Em que momento a bola atinge o solo?

Resolução:

- **Vértice (Altura Máxima):**

$$t_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-14,7}{2(-4,9)} = 1,5 \text{ segundos}$$

$h(1,5) = -4,9(1,5)^2 + 14,7(1,5) + 2 = -4,9(2,25) + 22,05 + 2 = -11,025 + 22,05 + 2 = 13,025$ metr

A altura máxima é $13,025$ metros, e ocorre em $t = 1,5$ segundos.

- **Altura Zero (Bola atinge o solo):**

$$h(t) = 0 \implies -4,9t^2 + 14,7t + 2 = 0$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = 14,7^2 - 4(-4,9)(2) = 216,09 + 39,2 = 255,29$$

$$t = \frac{-14,7 \pm \sqrt{255,29}}{-9,8} \approx \frac{-14,7 \pm 15,98}{-9,8}$$

Solucionando para t:

$$t_1 \approx \frac{-14,7 + 15,98}{-9,8} = -0,13 \quad (\text{ignorado, } t \geq 0)$$

$$t_2 \approx \frac{-14,7 - 15,98}{-9,8} \approx 3,13 \text{ segundos}$$

A bola atinge o solo após aproximadamente 3,13 segundos.

Funções Exponenciais

Exercício 14:

- **Valor de x:** $x = 3$

Exercício 15:

- **Função:** $P(t) = 1000 \cdot 3^t$
- **População após 5 horas:** 243.000 bactérias

Exercício 16:

- **Função:** $C(t) = 10.000 \cdot (1,08)^t$
- **Valor após 10 anos:** R$ 21.589,25

Exercício 17:

- **Função:** $Q(t) = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/3}$
- **Quantidade após 9 anos:** 10 gramas

Exercício 18:

- **Tempo para 2000 casos:** $t \approx 3,22$ dias

Resolução Completa do Exercício 14:

Enunciado:

Considere a função exponencial $f(x) = 3 \cdot 2^x$. Encontre o valor de x para o qual $f(x) = 24$ usando logaritmos.

Resolução:

- **Equação:**

$$3 \cdot 2^x = 24$$

Divida ambos os lados por 3:

$$2^x = 8$$

Reconheça que $8 = 2^3$, então:

$$2^x = 2^3 \implies x = 3$$

Interpretação de Texto

Exercício 19:

- **Função do Lucro:** $L(x) = 20x - 3000$
- **Lucro Máximo:** R$ 0,00 (ponto de equilíbrio é $x = 150$ unidades)

Exercício 20:

- **Tempo para a população reduzir para 625:** $t = 9$ anos

Resolução Completa do Exercício 20:

Enunciado:

Um biólogo está estudando a população de um certo peixe em um lago. Ele descobre que a população $P(t)$ do peixe pode ser modelada pela função $P(t) = 5000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/3}$, onde t é o tempo em anos. Com base nessa função, quanto tempo levará para a população do peixe reduzir para 625? Use logaritmos para resolver.

Resolução:

- **Equação:**

$$5000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/3} = 625$$

Divida ambos os lados por 5000:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{t/3} = \frac{625}{5000} = \frac{1}{8}$$

Sabendo que $\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$, temos:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{t/3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Igualando os expoentes:

$$\frac{t}{3} = 3 \implies t = 9 \text{ anos}$$

Portanto, levará 9 anos para a população reduzir para 625.