

Características de la prueba.

Se ofertarán a los alumnos dos ejercicios y éstos elegirán uno. Cada uno de dichos ejercicios propondrá la resolución de cuatro problemas. Los alumnos tendrán que elegir tres de entre los cuatro propuestos. EN NINGÚN CASO SE PODRÁ ELEGIR SIMULTÁNEAMENTE EL PROBLEMA 4.1 Y EL PROBLEMA 4.2

Independientemente del ejercicio escogido, cada uno de los cuatro problemas propuestos contribuirá por igual a la calificación del ejercicio.

Cada estudiante deberá disponer de una calculadora científica o gráfica para la realización del examen. Se prohíbe su utilización indebida (para guardar fórmulas en memoria).

EJERCICIO A

PROBLEMA 1. Obtener todos los valores reales x, y, z, t para los que se verifica $A X = X A$, siendo

$$X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad (3,3 \text{ puntos}).$$

PROBLEMA 2. a) Obtener el plano que pasa por el punto $P(-2,4,-3)$ y es perpendicular a la recta $r:(x,y,z)=(1,2,0)+t(1,-2,1)$ (1 punto).

b) Calcular la distancia entre el punto P y la recta r (2,3 puntos).

PROBLEMA 3. Sea $f(x) = x^2 + m x$ (donde m es un parámetro real) y $f'(x)$ la función derivada de $f(x)$. Se pide:

a) Hallar el valor del parámetro m para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = -3/4$ (1,5 puntos).

b) Para el valor de m calculado en a), determinar el área de la región comprendida entre la curva $y = f(x)$ y la recta de ecuación $y = f'(x)$ (1,8 puntos).

PROBLEMA 4.1. a) Se tiene inicialmente 10 bacterias en un cultivo de laboratorio y cada día se duplican. Averigua, razonadamente, el número de bacterias que habrá cuando hayan transcurrido 10 días (1 punto).

b) Para otro cultivo, sea $P(t)$ el número de bacterias transcurrido el tiempo t medido en días. Averigua el aumento del número de bacterias al cabo de 10 días, sabiendo que $P(0)=500$, $P(3)=1100$ y que la derivada $P'(t)$ es constante para $0 \leq t \leq 10$ (2,3 puntos).

PROBLEMA 4.2. Durante 6 años consecutivos, la producción industrial x de una empresa, medida en toneladas métricas, fue: 110, 125, 130, 140, 150 y 155, mientras que las compras efectuadas, expresadas en millones de euros, fueron: 30, 41, 43, 47, 50 y 55. Se pide:

a) Representar los 6 puntos (x,y) (es decir, (110,30), (125,41), (130,43), (140,47), (150,50) y (155, 55) en unos ejes OXY y dibujar aproximadamente la recta de regresión de y sobre x . Sobre esta recta, obtener ahora gráficamente la predicción de compras a efectuar para una producción industrial de 160 toneladas métricas (1,3 puntos).

b) Explicar cómo se ha hecho el dibujo de la recta y la predicción (1 punto).

c) Razonar si se puede predecir o no las compras para una producción de 400 toneladas métricas (1 punto).

EJERCICIO B

PROBLEMA 1. Para las matrices reales: $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Justificar que existe la matriz A^{-1} , inversa de A , y calcular el determinante de A^{-1} (1,2 puntos).

b) Calcular la matriz $B = A (A + 4 I)$ (0,7 puntos).

c) Determinar los números reales x, y, z, t que cumplan $A^{-1} = x A + y I$, $A^2 = z A + t I$ (1,4 puntos)

PROBLEMA 2. Consideramos los puntos: $A = (1, 0, 0)$, $B = (0,1,0)$, $C = (0,0,1)$ y $D = (2,1,2)$. Se pide

a) Hallar el área del triángulo de vértices B, C y D (1,1 puntos).

- b) Calcular el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D (1,1 puntos).
c) Hallar la distancia del punto A al plano que pasa por los puntos B, C y D (1,1 puntos).

PROBLEMA 3. a) Obtener razonadamente la siguiente integral $\int \frac{4x+11}{(x+1)^2+1} dx$ (2,3 puntos).

b) Aplicando la regla de Barrow, calcular $\int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{4x+11}{(x+1)^2+1} dx$ (1 punto).

PROBLEMA 4.1. Determinar razonadamente la longitud del lado del cuadrado de área mínima cuyos vértices están situados sobre los lados de otro cuadrado de lado 16 cm (3,3 puntos).

PROBLEMA 4.2. Una urna contiene 6 bolas blancas y 4 bolas negras. Se repite tres veces la siguiente operación: extraer una bola al azar, anotar su color y devolverla a la urna. Determinar la probabilidad de extraer más de una bola negra (2,3 puntos). Explicar en qué se fundamenta la probabilidad obtenida (1 punto).

Tu Prof te al Rescate