

CASTILLA Y LEÓN · PAU 2019 · EXTRAORDINARIA

# Matemáticas II

10 ejercicios · 90 min de duración

## Instrucciones del examen

El examen incluye tabla  $N(0,1)$  como anexo. 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cinco ejercicios de la misma en el orden que desee. 2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

## Ejercicio 1

OPCIÓN A 2 puntos

Considere el sistema de ecuaciones lineales.

a) 1 punto

Discutir según los valores del parámetro  $m$  el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + y + mz = 4 \end{cases}$$

b) 1 punto

Resolverlo para  $m = 1$ .

## Ejercicio 1

OPCIÓN B 2 puntos

Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $M = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & 1 \\ x-y & 1 \end{pmatrix}$  y  $N = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , calcular los valores de  $x$  e  $y$  para que el producto  $A \cdot M$  sea igual a la inversa de la matriz  $N$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN A 2 puntos

Operaciones con vectores en el espacio.

a) 0,5 puntos

Consideremos los vectores  $u = (1, 1, a)$  y  $v = (1, -1, a)$ . Calcular  $a$  para que sean perpendiculares.

b) 1,5 puntos

Calcular un vector unitario perpendicular a los vectores  $p = (1, 2, 3)$  y  $q = (1, -2, -3)$ .

## Ejercicio 2

OPCIÓN B 2 puntos

Hallar  $a$  y  $b$  para que los vectores  $(a, -1, 2)$  y  $(1, b, -2)$  sean perpendiculares y las dos primeras coordenadas de su producto vectorial sean iguales.

### Ejercicio 3

OPCIÓN A 2 puntos

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 4x, & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) 1,4 puntos

Probar que posee un máximo relativo en  $-1$  y un mínimo relativo en  $2$ .

b) 0,6 puntos

Probar que no posee extremo relativo en  $0$ .

### Ejercicio 3

OPCIÓN B 2 puntos

Teorema de Rolle y raíces de funciones.

a) 1 punto

Enunciar el teorema de Rolle.

b) 1 punto

Indicar un punto en el que la función  $f(x) = 2x - \sin x$  tome el valor  $0$ , y demostrar (o bien usando el teorema del apartado previo o bien con algún otro razonamiento) que esta función sólo se anula en ese punto.

### Ejercicio 4

OPCIÓN A 2 puntos

Cálculo de límites y áreas.

a) 1 punto

Calcular  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - \cos x}$

b) 1 punto

Calcular  $a$ , siendo  $a > 1$ , para que el área de la región del plano comprendida entre las gráficas de las funciones  $f(x) = x$ ,  $g(x) = ax$  y  $x = 1$  sea  $1$ .

### Ejercicio 4

OPCIÓN B 2 puntos

Determinense los valores de  $a$  y de  $b$  para los cuales la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} a + \cos x, & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 - 2bx + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

es continua y verifica que  $\int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{3}$ .

### Ejercicio 5

OPCIÓN A 2 puntos

La temperatura del cuerpo humano sigue una distribución normal de media  $37^\circ\text{C}$  y desviación típica  $0,5^\circ\text{C}$ .

a) 1 punto

Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona esté comprendida entre  $36^\circ\text{C}$  y  $38^\circ\text{C}$ .

b) 1 punto

Calcular la probabilidad de que la temperatura de una persona sea menor que  $36,5^\circ\text{C}$ .

## Ejercicio 5

OPCIÓN B 2 puntos

En una empresa de alquiler de vehículos con conductor: • Trabajan 50 conductores de menos de 45 años, de los cuales 15 hablan inglés. • Trabajan 30 conductores de entre 45 y 55 años, de los cuales 6 hablan inglés. • Trabajan 20 conductores de más de 55 años, de los cuales 3 hablan inglés. Considerando los sucesos:  $A =$  "tener menos de 45 años",  $B =$  "tener entre 45 y 55 años",  $C =$  "tener más de 55 años" e  $I =$  "hablar inglés":

a) 0,9 puntos

Calcular  $P(I/A)$ ,  $P(I/B)$  y  $P(I/C)$ .

b) 1,1 puntos

Si se elige al azar un conductor, y éste habla inglés, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 45 años?

Tu Profe al Rescate