

ANDALUCÍA · PAU 2024 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

8 ejercicios · 90 min de duración

Instrucciones del examen

a) Duración: 1 hora y 30 minutos. b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados. c) Este examen consta de 8 ejercicios distribuidos en 4 bloques de 2 ejercicios cada uno. d) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. e) Se realizará únicamente un ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar. f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados. g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Ejercicio 1

2,5 puntos

Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = a + b \cos(x) + c \sin(x)$$

Halla a , b y c sabiendo que su gráfica tiene en el punto de abscisa $x = \frac{\pi}{2}$ una recta tangente horizontal con $y = 1$ y que la recta $y = x - 1$ corta a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 2

2,5 puntos

Sea la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^{-x^2}$.

a) 1,5 puntos

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

b) 1 punto

Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 3

2,5 puntos

Sean $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = -x^2 + 7$ y $g(x) = |x^2 - 1|$.

a) 1 punto

Halla los puntos de intersección de las gráficas de f y g . Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.

b) 1,5 puntos

Calcula el área de dicho recinto.

Ejercicio 4

2,5 puntos

Halla $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos(x) dx$.

Ejercicio 5

2,5 puntos

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) 1,25 puntos

Halla todas las matrices X que cumplen $XA = -AX^t$ y $X^2 = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

b) 1,25 puntos

Halla todas las matrices Y que cumplen $YA = AY$, la suma de los elementos de su diagonal principal es cero y tienen determinante -1 .

Ejercicio 6

2,5 puntos

Un proveedor de perfumerías vende a sus comerciantes tres tipos de perfumes A, B y C. En un primer pedido una tienda ha encargado 20 perfumes de tipo A, 30 de tipo B y 15 de tipo C, por un importe de 2200 euros. En un segundo pedido ha comprado 15 perfumes de tipo A, 10 de tipo B y 10 de tipo C, por un importe de 1250 euros.

a) 1,25 puntos

¿Cuánto tendremos que pagar por un pedido de 25 perfumes de tipo A, 10 perfumes de tipo B y 16 de tipo C?

b) 1,25 puntos

Si añadimos que el precio de un perfume de tipo C es $\frac{2}{5}$ del precio de una unidad de tipo A, ¿cuál es el precio de cada tipo de perfume?

Ejercicio 7

2,5 puntos

Considera el plano $\pi \equiv x - 2y + z - 2 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \\ z = 1 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$.

a) 1 punto

Estudia la posición relativa de π y r .

b) 1,5 puntos

Calcula la ecuación de la recta contenida en π que pasa por el punto $P(2, -1, -2)$ y es perpendicular a r .

Ejercicio 8

2,5 puntos

Considera los puntos $A(4, 0, 0)$ y $B(0, 2, 0)$. Calcula los puntos del plano OXZ que forman un triángulo equilátero con A y B .