



PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y
PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
MATEMÁTICAS II
CURSO 2024-2025

Instrucciones:

- a) **Duración: 1 hora y 30 minutos**
- b) Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.
- c) Este examen consta de siete ejercicios distribuidos en un bloque con un ejercicio obligatorio y tres bloques con dos ejercicios optativos cada uno.
- d) Deberá resolver el ejercicio obligatorio y solamente un ejercicio de cada uno de los tres bloques con optatividad.
- e) En caso de responder a dos ejercicios de un bloque, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.
- f) Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2.5 puntos.
- g) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.
- h) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
- i) Se proporcionará la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

BLOQUE OBLIGATORIO. Resuelve el siguiente ejercicio:

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1 - e & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

- a) **[1 punto]** Estudia la derivabilidad de f .
- b) **[1,5 puntos]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 1. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{4x}{x^4 - 6x^2 + 10} dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = x^2 - 3$).

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Sean las funciones $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = -x^2 + 1$.

- a) **[1 punto]** Halla los puntos de corte (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de las gráficas de f y g . Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.
- b) **[1,5 puntos]** Calcula el área del recinto acotado y limitado por las gráficas de f y g .



**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y
PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2024-2025**

MATEMÁTICAS II

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 2. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

- a) [1,5 puntos] Comprueba que $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad y O la matriz nula. Calcula A^{-1} .
b) [1 punto] Calcula A^{2025} .

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = 1$, calcula razonadamente:

a) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a+x & b+y & c+z \\ a & b & c \\ 2a+u & 2b+v & 2c+w \end{vmatrix}$

b) [1 punto] $\begin{vmatrix} z & c & w \\ x & a & u \\ y & b & v \end{vmatrix}$

BLOQUE CON OPTATIVIDAD 3. Resuelve sólo uno de los siguientes ejercicios:

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z + 1 = 0$ y los puntos $A(1, 2, 0)$ y $B(3, 1, 0)$.

- a) [1,5 puntos] Calcula el punto simétrico del punto A con respecto al plano π .
b) [1 punto] Halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π .

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Se hace un estudio sobre el café que se consume en la cafetería de una estación. Según el tipo de taza tenemos tres opciones: expreso, medio y americano; con porcentajes, respectivamente, de 29 %, 51% y 20 %. Por otra parte, también sabemos que el café puede ser de la variedad que tiene cafeína o ser descafeinado. En concreto, las tazas de café con cafeína presentan, para cada uno de los tipos de taza establecidos antes, los porcentajes 18 %, 31% y 11 %, respectivamente.

- a) [0,75 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que una persona adquiera un café expreso descafeinado?
b) [1,75 puntos] Si sabemos que el café es descafeinado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un expreso?

SOLUCIONES

EJERCICIO 1 (2.5 puntos)

Sea $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 - e^x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2x - 1 - e & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

a) **[1 punto]** Estudia la derivabilidad de f .

b) **[1,5 puntos]** Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

a) En el intervalo $[0, 1)$ la función tiene la expresión $f(x) = 1 - e^x$ que es una función continua y derivable, siendo su derivada $f'(x) = -e^x$.

En el intervalo $(1, 2]$ la función tiene la expresión $f(x) = 2x - 1 - e$ que es una función continua y derivable, siendo su derivada $f'(x) = 2$.

Estudiamos la continuidad de la función en $x = 1$.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 2 \cdot 1 - 1 - e = 1 - e \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x - 1 - e = 1 - e \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} 1 - e^x = 1 - e^1 = 1 - e \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 1 - e$$

La función es continua en $x = 1$. La función es continua en $[0, 2]$.

La derivada de la función en $[0, 1) \cup (1, 2]$ tiene la expresión $f'(x) = \begin{cases} -e^x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

Estudiamos la derivabilidad de la función en $x = 1$.

$$\left. \begin{aligned} f'(1^-) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -e^x = -e^1 = -e \\ f'(1^+) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} 2 = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(1^-) = -e \neq 2 = f'(1^+)$$

No coinciden las derivadas laterales en $x = 1$. La función no es derivable en $x = 1$.

La función es continua en $[0, 2]$ y derivable en $[0, 1) \cup (1, 2]$.

b) La derivada de la función tiene la expresión $f'(x) = \begin{cases} -e^x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$.

En el intervalo $[0, 1)$ la derivada tiene la expresión $f'(x) = -e^x$ y siempre es negativa. La función decrece en $[0, 1)$.

En el intervalo $(1, 2]$ la derivada tiene la expresión $f'(x) = 2$ y siempre es positiva. La función crece en $(1, 2]$.

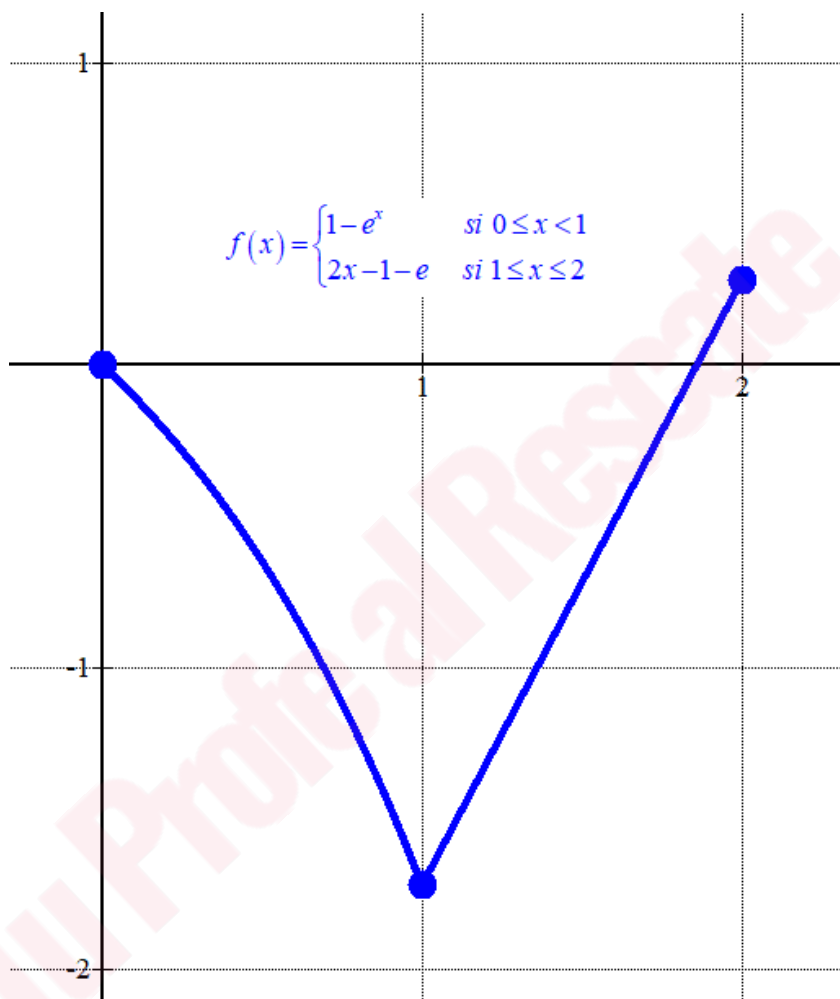
Valoramos la función en los extremos del intervalo de definición y en el cambio de definición $x = 1$.

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 1 - e^0 = 0 \\ f(1) &= 2 \cdot 1 - 1 - e = 1 - e \approx -1.71 \text{ Mínimo} \\ f(2) &= 2 \cdot 2 - 1 - e = 3 - e \approx 0.28 \text{ Máximo} \end{aligned} \right\}$$

La función decrece en $[0,1)$ desde 0 a -1.71 . Luego crece en $(1,2]$ desde -1.71 a 0.28 .

El máximo absoluto de la función es $3 - e$ y se alcanza en $x = 2$.

El mínimo absoluto de la función es $1 - e$ y se alcanza en $x = 1$.



EJERCICIO 2 (2.5 puntos)

Calcula $\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{4x}{x^4 - 6x^2 + 10} dx$. (Sugerencia: efectúa el cambio de variable $t = x^2 - 3$).

Hallamos primero la integral indefinida usando el cambio de variable sugerido.

$$\int \frac{4x}{x^4 - 6x^2 + 10} dx = \left\{ \begin{array}{l} t = x^2 - 3 \rightarrow t^2 = (x^2 - 3)^2 = x^4 + 9 - 6x^2 = x^4 - 6x^2 + 10 - 1 \\ x^4 - 6x^2 + 10 = t^2 + 1 \\ dt = 2x dx \rightarrow \frac{dt}{2x} = dx \end{array} \right\} =$$

$$= \int \frac{4x}{t^2 + 1} \cdot \frac{dt}{2x} = 2 \int \frac{1}{t^2 + 1} dt = 2 \arctg(t) = 2 \arctg(x^2 - 3) + C$$

Utilizo este resultado para obtener la integral definida pedida.

$$\int_{\sqrt{3}}^2 \frac{4x}{x^4 - 6x^2 + 10} dx = \left[2 \arctg(x^2 - 3) \right]_{\sqrt{3}}^2 = 2 \arctg(2^2 - 3) - 2 \arctg\left(\left(\sqrt{3}\right)^2 - 3\right) =$$

$$= 2 \arctg(1) - 2 \arctg(0) = 2 \frac{\pi}{4} - 2 \cdot 0 = \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

EJERCICIO 3 (2.5 puntos)

Sean las funciones $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^3 - x$ y $g(x) = -x^2 + 1$.

- a) [1 punto] Halla los puntos de corte (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) de las gráficas de f y g . Realiza un esbozo del recinto acotado y limitado por dichas gráficas.
b) [1,5 puntos] Calcula el área del recinto acotado y limitado por las gráficas de f y g .

a) Hallamos los puntos de corte de las dos gráficas.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 - x \\ g(x) = -x^2 + 1 \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow x^3 - x = -x^2 + 1 \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

$$\begin{array}{c|cccc} & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \end{array} \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x^2 + 2x + 1)$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x+1)^2$$

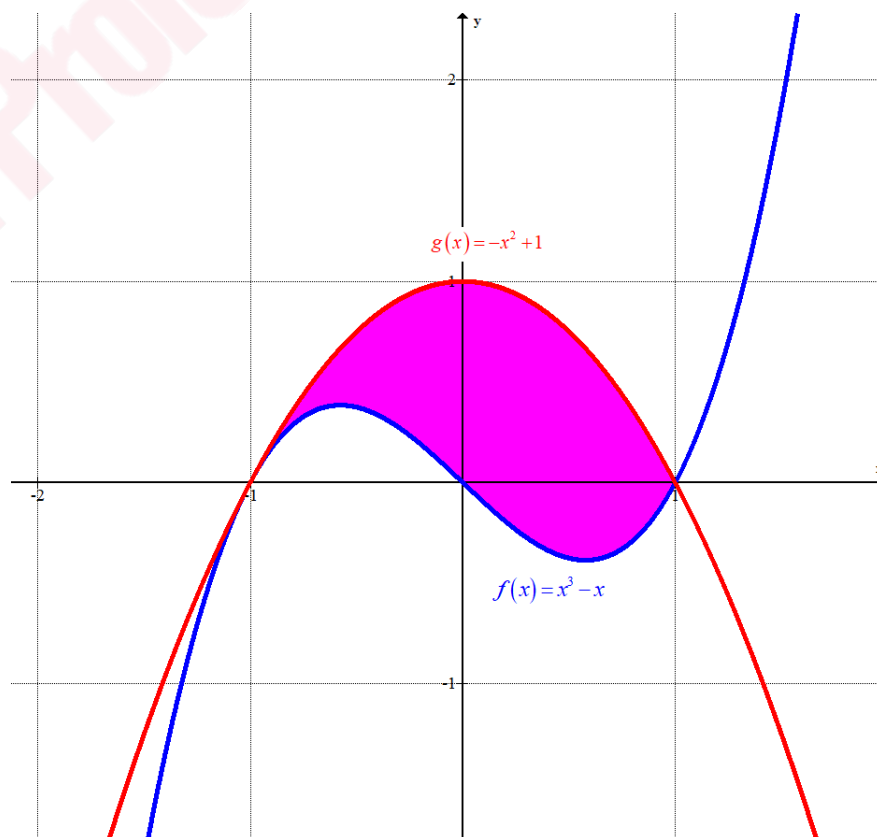
Los dos puntos de corte de las gráficas están en $x = -1$ y $x = 1$.

Tenemos que $f(-1) = (-1)^3 - (-1) = 0$ y $f(1) = 1^3 - 1 = 0$. Los puntos de corte tienen coordenadas $(-1, 0)$ y $(1, 0)$.

Hacemos una pequeña tabla de valores y dibujamos las gráficas en el intervalo $(-1, 1)$.

x	$f(x) = x^3 - x$
-2	10
-1	0
0	0
1	0
2	6

x	$g(x) = -x^2 + 1$
-2	-3
-1	0
0	1
1	0
2	-3



b) El área del recinto es el valor de la integral definida entre -1 y 1 de $g(x) - f(x)$.

$$\begin{aligned}\int_{-1}^1 g(x) - f(x) dx &= \int_{-1}^1 -x^2 + 1 - (x^3 - x) dx = \int_{-1}^1 -x^3 - x^2 + x + 1 dx = \\&= \left[-\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^1 = \left[-\frac{1^4}{4} - \frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} + 1 \right] - \left[-\frac{(-1)^4}{4} - \frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} + (-1) \right] = \\&= -\cancel{\frac{1}{4}} - \frac{1}{3} + \cancel{\frac{1}{2}} + 1 + \cancel{\frac{1}{4}} - \frac{1}{3} - \cancel{\frac{1}{2}} + 1 = 2 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{4}{3} \approx 1.3333 u^2}\end{aligned}$$

EJERCICIO 4 (2.5 puntos)

Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

a) **[1,5 puntos]** Comprueba que $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad y O la matriz nula. Calcula A^{-1} .

b) **[1 punto]** Calcula A^{2025} .

a) Comprobamos la igualdad.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+3-4 & 0-12+12 & 0-15+16 \\ 0-4+5 & 3+16-15 & 4+20-20 \\ 0+3-4 & -3-12+12 & -4-15+16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+0-1 & -3+0+3 & -4+0+4 \\ 0+4-4 & 3-16+12 & 4-20+16 \\ 0-3+3 & -3+12-9 & -4+15-12 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3 + I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = O$$

Queda demostrado que se cumple la igualdad $A^3 + I = O$.

b) Hemos visto en el apartado anterior que $A^3 + I = O$, lo que implica que $A^3 = -I$. Esto nos lleva a decir que $A^6 = A^3 A^3 = (-I)(-I) = I$. Calculamos A^{2025} .

$$\begin{array}{r} 2025 \quad | \quad 6 \\ -18 \quad 337 \\ \hline 225 \\ -18 \\ \hline 45 \\ -42 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$A^{2025} = A^{6 \cdot 337 + 3} = (A^6)^{337} \cdot A^3 = (I)^{337} \cdot A^3 = A^3 = -I = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Hemos visto que } A^{2025} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

EJERCICIO 5 (2.5 puntos)

Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = 1$, calcula razonadamente:

a) [1,5 puntos] $\begin{vmatrix} a+x & b+y & c+z \\ a & b & c \\ 2a+u & 2b+v & 2c+w \end{vmatrix}$

b) [1 punto] $\begin{vmatrix} z & c & w \\ x & a & u \\ y & b & v \end{vmatrix}$

a) Aplicamos las propiedades de los determinantes.

$$\begin{vmatrix} a+x & b+y & c+z \\ a & b & c \\ 2a+u & 2b+v & 2c+w \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{A la fila 1ª le restamos la fila 2ª} \\ \text{Con esta operación el determinante no cambia} \end{array} \right\} =$$

$$= \begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ 2a+u & 2b+v & 2c+w \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{A la fila 3ª le restamos la fila 2ª multiplicada por 2} \\ \text{Con esta operación el determinante no cambia} \end{array} \right\} =$$

$$= \begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ u & v & w \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Si intercambiamos de posición dos filas} \\ \text{el determinante cambia de signo} \\ \text{Fila 2ª} \leftrightarrow \text{Fila 1ª} \end{array} \right\} = - \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = \boxed{-1}$$

b) Calculamos el segundo determinante.

$$\begin{vmatrix} z & c & w \\ x & a & u \\ y & b & v \end{vmatrix} = \left\{ |A^T| = |A| \right\} = \begin{vmatrix} z & x & y \\ c & a & b \\ w & u & v \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Si intercambiamos de posición dos filas} \\ \text{el determinante cambia de signo} \\ \text{Fila 1} \leftrightarrow \text{Fila 2} \end{array} \right\} =$$

$$= - \begin{vmatrix} c & a & b \\ z & x & y \\ w & u & v \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Si intercambiamos de posición dos columnas} \\ \text{el determinante cambia de signo} \\ \text{Columna 1} \leftrightarrow \text{Columna 2} \end{array} \right\} =$$

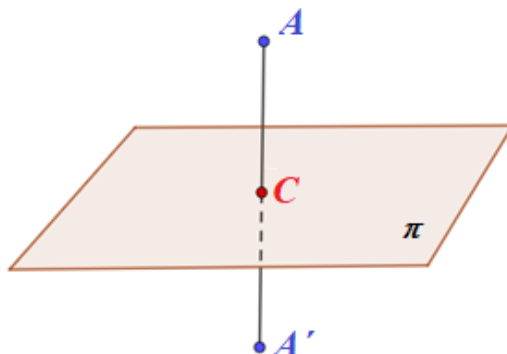
$$= + \begin{vmatrix} a & c & b \\ x & z & y \\ u & w & v \end{vmatrix} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Si intercambiamos de posición dos columnas} \\ \text{el determinante cambia de signo} \\ \text{Columna 2} \leftrightarrow \text{Columna 3} \end{array} \right\} = - \begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ u & v & w \end{vmatrix} = \boxed{-1}$$

EJERCICIO 6 (2.5 puntos)

Considera el plano $\pi \equiv x + y + z + 1 = 0$ y los puntos $A(1, 2, 0)$ y $B(3, 1, 0)$.

- a) [1,5 puntos] Calcula el punto simétrico del punto A con respecto al plano π .
 b) [1 punto] Halla el plano que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π .

- a) Buscamos la recta perpendicular al plano que pasa por el punto A, luego determinamos el punto C de corte de recta y plano. Por último, determinamos el punto A' simétrico de A respecto de π .



Determinamos la recta r perpendicular al plano π que pasa por el punto A. Esta recta tiene como vector director el vector normal del plano.

$$\pi \equiv x + y + z + 1 = 0 \Rightarrow \vec{n} = (1, 1, 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_r = \vec{n} = (1, 1, 1) \\ A(1, 2, 0) \in r \end{array} \right\} \Rightarrow r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + \lambda; \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{cases}$$

Hallamos el punto C de corte de recta y plano.

$$\left. \begin{array}{l} r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ \pi \equiv x + y + z + 1 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 1 + \lambda + 2 + \lambda + \lambda + 1 = 0 \Rightarrow 3\lambda + 4 = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3} \\ y = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \\ z = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \boxed{C\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)}$$

Obtenemos el punto A' sumando al punto C el vector $\overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{AC} = \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right) - (1, 2, 0) = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

$$A' = C + \overrightarrow{AC} = \left(\frac{-1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-4}{3}\right) + \left(\frac{-4}{3}, \frac{-4}{3}, \frac{-4}{3}\right) = \left(\frac{-5}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-8}{3}\right)$$

El punto simétrico de $A(1, 2, 0)$ respecto de π es el punto $A'\left(\frac{-5}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-8}{3}\right)$.

b) El plano π' que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π , tiene como vectores directores el vector $\overrightarrow{AB}$ y el vector normal del plano π .

$$\left. \begin{array}{l} \vec{u}' = \overrightarrow{AB} = (3, 1, 0) - (1, 2, 0) = (2, -1, 0) \\ \vec{v}' = \vec{n} = (1, 1, 1) \\ A(1, 2, 0) \in \pi' \end{array} \right\} \Rightarrow \pi': \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x + 1 + 2z + z - 2y + 4 = 0 \Rightarrow -x - 2y + 3z + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{\pi': x + 2y - 3z - 5 = 0}$$

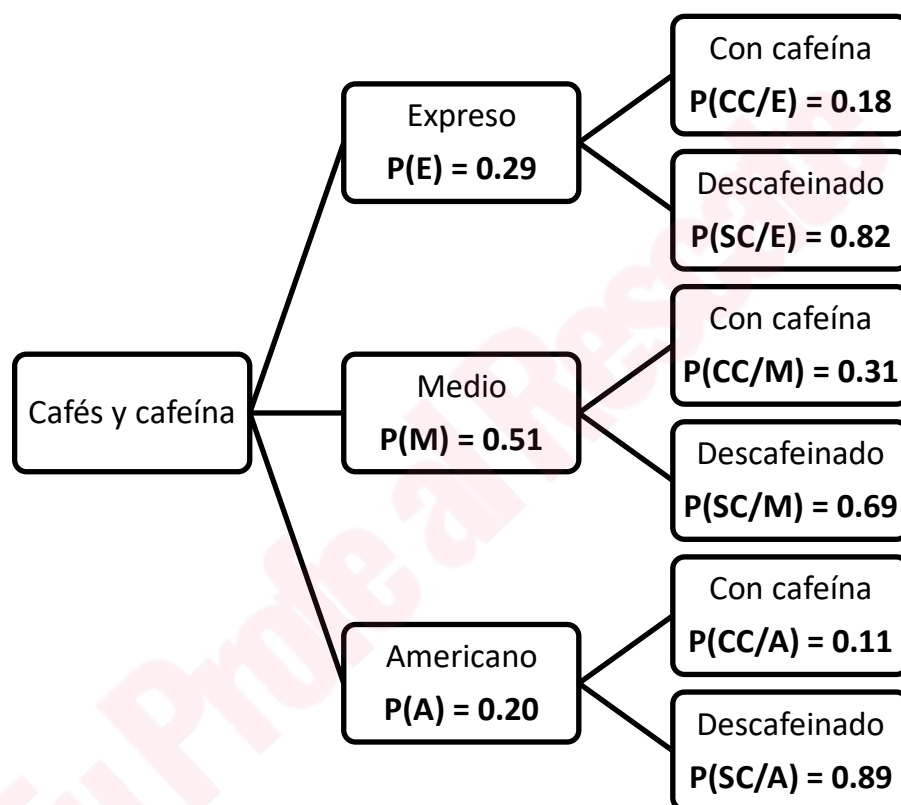
El plano π' que contiene a los puntos A y B y es perpendicular al plano π tiene ecuación $\pi': x + 2y - 3z - 5 = 0$.

EJERCICIO 7 (2.5 puntos)

Se hace un estudio sobre el café que se consume en la cafetería de una estación. Según el tipo de taza tenemos tres opciones: expreso, medio y americano; con porcentajes, respectivamente, de 29 %, 51% y 20 %. Por otra parte, también sabemos que el café puede ser de la variedad que tiene cafeína o ser descafeinado. En concreto, las tazas de café con cafeína presentan, para cada uno de los tipos de taza establecidos antes, los porcentajes 18 %, 31% y 11 %, respectivamente.

- a) **[0,75 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que una persona adquiera un café expreso descafeinado?
- b) **[1,75 puntos]** Si sabemos que el café es descafeinado, ¿cuál es la probabilidad de que sea un expreso?

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Debemos calcular $P(E \cap SC)$.

$$P(E \cap SC) = P(E)P(SC/E) = 0.29 \cdot 0.82 = \boxed{0.2378}$$

- b) Debemos calcular $P(A/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$\begin{aligned}
 P(E/SC) &= \frac{P(E \cap SC)}{P(SC)} = \frac{P(E)P(SC/E)}{P(E)P(SC/E) + P(M)P(SC/M) + P(A)P(SC/A)} = \\
 &= \frac{0.2378}{0.2378 + 0.51 \cdot 0.69 + 0.2 \cdot 0.89} = \boxed{\frac{2378}{7677} \approx 0.31}
 \end{aligned}$$