

CATALUÑA · PAU 2013 · EXTRAORDINARIA

Matemáticas II

6 ejercicios

Instrucciones del examen

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que lleven información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

2 puntos

Sea $V = \{(-1, 1, 1), (-2, -1, 0), (1, 2, a)\}$ un conjunto de vectores de $\mathbb{R}^3$.

a) 1 punto

Encuentre el valor o los valores de a para que V sea linealmente dependiente.

b) 1 punto

Cuando $a = 4$, exprese el vector $v = (3, 9, 14)$ como combinación lineal de los vectores de V .

Ejercicio 2

2 puntos

De la función polinómica $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ sabemos que: — tiene un extremo relativo en el punto de abscisa $x = -3$; — la integral definida en el intervalo $[0, 1]$ vale $-\frac{5}{4}$. Calcule el valor de los parámetros a y b .

Ejercicio 3

2 puntos

Dados el plano $\pi : x + 2y - z = 3$ y la recta $r : \frac{x-1}{2} = y = \frac{z+m}{4}$.

a) 1 punto

Compruebe que el vector característico (o normal) de π y el vector director de r son perpendiculares.

b) 1 punto

Estudie la posición relativa de π y r en función del parámetro m .

Ejercicio 4

2 puntos

Sean las matrices

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & b & 4 \\ 3 & c & 5 \end{pmatrix}, \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 5 & b & 8 \\ 1 & c & 3 \\ 4 & a & 3 \end{pmatrix}, \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ -1 & 5 & 5 \\ -b & -a & -2 \end{pmatrix}$$

donde a , b y c son parámetros reales. Calcule el valor de estos parámetros para que ninguna de las tres matrices tenga inversa.

Ejercicio 5

2 puntos

Dados el plano $\pi : 2x - y + 3z - 8 = 0$ y el punto $P = (6, -3, 7)$,

a) 1 punto

Encuentre la ecuación continua de la recta que pasa por P y es perpendicular a π .

b) 1 punto

Encuentre el punto del plano π que está más cercano al punto P .

Ejercicio 6

2 puntos

Queremos construir una tienda en forma de pirámide regular de base cuadrada. Disponemos de 300 m^2 de tela para la fabricación de las cuatro caras de la tienda (se supone que en la elaboración de las caras no se pierde nada de tela). Designamos x la longitud de un lado de la base de la tienda.

a) 1 punto

Sabiendo que el volumen de una pirámide es igual a un tercio del producto del área de la base por la altura, compruebe que, en este caso,

$$V(x) = \frac{x\sqrt{(9 \cdot 10^4) - x^4}}{6}$$

b) 1 punto

Determine el valor de x para que el volumen sea el más grande posible (no es necesario que compruebe que el valor obtenido corresponde realmente a un máximo).